Rev.R.Acad.Cien.Exact.Fis.Nat. (Esp)
Vol. 92, N.º 4, pp 329-336, 1998
Monográfico: Problemas complejos de decisión

FUNCIONES DE UTILIDAD-COMPROMISO: HIPÓTESIS, TEOREMA FUNDAMENTAL Y UN CASO ESTUDIO

(modelos multicriterio/programación compromiso/teoría de la utilidad)

ENRIQUE BALLESTERO, PALOMA BALLBÉ Y DAVID PLÀ-SANTAMARÍA
Universidad Politécnica de Valencia (Campus de Alcoy). Edificio de Fernández y Carbonell. 03801 Alcoy.

RESUMEN

Hasta ahora, la teoría de la utilidad y la programación compromiso (CP) se han considerado como diferentes paradígmas y metodologías para medir preferencias así como para determinar una decisión óptima sobre una frontera eficiente. Sin embargo, en este artículo demostramos que una función de utilidad con independencia aditiva (expandida alrededor del punto ideal) es reducible a la suma ponderada de las distancias CP conmetricas desde 1 a infinito. Este enlace entre utilidad y compromiso se fundamenta en una hipótesis que cumplen conjuntos de funciones usuales de utilidad, y conduce a algunos resultados destacables: 1) un metodo para la especificación y optimización de las funciones de utilidad mediante técnicas operacionales; y 2) una reformulación del análisis compromiso que tiene la ventaja de determinar la mejor solución CP desde una prespectiva de utilidad.

ABSTRACT

This paper is aimed at the presentation of a linkage between compromise programing (CP) and utility theory. It leads to some preciser results such as a metodology to specify and optimize usual additively independent utility functions, as well as a reformulation of CP on utility basis. The approach is applied to the problem of selecting the most prefered car amongst a wide sample of trade-marks in the automobile market. From information on the measurable technological characteristics and price of cars, the compromise-utility functions employed in the case-study provide utility indexes to rank the trade-marks according to the decision-maker´s preferences and the risk aversion coefficients at the ideal point.

1. INTRODUCCIÓN

Las funciones de utilidad multi-atributo:

$$U = U(x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n)$$

donde x_i representa la característica i-esima de un objeto (Lancaster, 1991) juegan un importante rol, no sólo en economía y ecología, sino también en los diseños tecnológicos, siendo además susceptibles de extenderse a las ciencias físico-naturales. Sin embargo, estas funciones son frecuentemente desconocidas en cuanto a sus parámetros y su forma empírica. En los escenarios donde existe información sobre ellas, esta información puede resultar incompleta para especificarlas como funciones matemáticas perfectamente definidas.

Con independencia de la teoría matemática de la utilidad, la programación compromiso (Yu (1973), Zeleny (1974) y un amplio espectro de literatura) se ha centrado en la optimización de vectores accesibles. Para ello, CP ha partido de una axiomática diferente a la estándar en teoría de la utilidad. Recordemos que la axiomática de esta última teoría sigue actualmente el pensamiento paretiano, pero se complica esencialmente en la formulación bayesiana que reposa en los axiomas de Von Neumman-Morgenstern (1947), es decir, comparación de preferencias, transitividad, independencia fuerte, medición y jerarquización. En contraste, la hipótesis básica de CP es el axioma de Zeleny que introduce una función de distancias al punto ideal con metricas variables extendidas desde 1 a infinito. La función de Zeleny se puede interpretar como una función de desutilidad (Véase Ballestero-Romero 1994, 1998). Además, se ha demostrado en otro lugar (Ballestero, 1997) que la elección de métrica depende algebraicamente de dos variables, el número de atributos y el coeficiente de Arrow para la aversión al riesgo. Conviene recordar también que las funciones de utilidad se refieren a un decisor individual. Una teoría de las preferencias para grupos sociales tropieza con un serio obstáculo, como es el teorema de imposibilidad de Arrow. Según este teorema, los axiomas de ordenación debil, no-trivialidad, dominio universal, relevancia binaria, principio de pareto sobre preferencias estrictas y no existencia de dictaduras, son mutuamente inconsistentes (véase, por ejemplo, French, 1988). Otro problema interesante concierne al análisis de las relaciones entre programación compromiso y programación por metas (*goal programming*). Este analisis se ha abordado recientemente en Romero-Tamiz-Jones, 1998.

De cara a las aplicaciones prácticas, una ventaja importante de CP es que permite especificar las preferencias del decisor mediante dialogos interáctivos. A la luz de estos diálogos, se obtiene un sistema de ponderación para las preferencias. Así, al implementar un diálogo CP, el analista pregunta al decisor: ¿Cómo pondera usted las características (o los criterios) en relación a sus preferencias individuales? Una respuesta a esta pregunta, si se conoce además la frontera eficiente, llevará a las mejores soluciones CP. Sin duda, la coherencia de CP como herramienta de decisión se robustecerá si se esclarecen los enlaces entre CP y la teoría de la utilidad. Una primera conexión ha sido demostrada en un teorema de acotación para óptimos de utilidad sobre una frontera eficiente (Ballestero-Romero, 1991). Según este teorema el óptimo de utilidad cuando hay información incompleta sobre la función U bi-atributo, es un punto de la frontera eficiente entre las mejores soluciones CP para las métricas (L_1, L_∞) con posibles ponderaciones preferenciales. Otro teorema de acotación (Ballestero, 1998) establece un arco sobre la frontera eficiente entre las métricas (L, L_∞) donde L depende linealmente de las preferencias.

Aunque CP y la teoría de la utilidad derivan de postulados diferentes, mostraremos que las funciones de utilidad aditivas independientes pueden ser formalmente expresadas como una suma de distancias CP (desde 1 a infinito) mediante una expansión alrededor del punto ideal. Este enlace conduce a un criterio de especificación mediante pesos preferenciales aplicable a las funciones de utilidad aditivas independientes. Además, una vez especificada la función de utilidad, se puede proceder a su optimización.

Indicaremos la notación usada de aquí en adelante, junto con las definiciones precisas.

$U(y_1, y_2, ..., y_n)$ = función de utilidad con propiedades estandard y atributos normalizados $\left(y_i = x_i / x_i^*\right) \forall i$, donde ($x_i \geq 0$) es el vector de atributos y $\left(x_i^*\right)$ es el vector ideal o valores ancla.

$\left(y_1^*, y_2^*, ..., y_n^*\right)$ = vector ideal normalizado $\left(y_i^* = x_i^* / x_i^* = 1, \forall i\right)$.

$Z = \log U$ = forma logarítmica de U con respecto a y_i en el punto ideal.

$\left[\partial^h U / \partial y_i\right]^*$ = derivada h-esima de U con respecto a y_i en el punto ideal.

$r_i(y_i)$ = coeficiente absoluto de aversión al riesgo de Arrow para el atributo i-esimo. (Véase definición y propósito más abajo)

D_h = distancia CP ponderada (metrica h) desde hasta el punto ideal, es decir,

$$D_h = \left(\sum_{i=1}^{n} \left[\alpha_i \left(y_i^* - y_i\right)\right]^h\right)^{1/h}$$

(véase la definicion de los pesos α_i en la Sección 3). Para facilidad de expresión, a veces $(D_h)^h$ se llama distancia.

$\left(w_1^*, w_2^*, ..., w_n^*\right)$ = parámetros positivos. Serán interpretados como pesos preferenciales en el punto ideal, dentro de un contexto de trade-off.

$\left(\rho_1^*, \rho_2^*, ..., \rho_n^*\right)$ = parámetros positivos. Se interpretarán como pesos proporcionales a los coeficientes de aversión al riesgo de Arrow en el punto ideal.

F_h = parámetro con tres posibles valores (1, $(h$-1)! o h!).

U_0 = valor-utilidad correspondiente a un conjunto dado de curvas de indiferencia (o iso-utilidad)

U_0^* = valor-utilidad en el punto ideal

π_i = prima de riesgo para el atributo i-esimo. (Véase su proposito en Escolio 5)

Recordemos la definición y el propósito del coeficiente de Arrow. Supongamos una variable aleatoria ξ que satisface la igualdad $E(\xi) = \bar{x}$, donde E indica esperanza matemática. Por definición, un individuo con aversión al riesgo y con una riqueza $\bar{x}$ es un decisor enfrentado a problemas de riesgo económico, ecológico, sociológico, etc., cuya función de utilidad satisface la siguiente relación:

$U(\bar{x}) > EU(\xi)$ (cuanta más aversión al riesgo tenga el decisor, menos propenso será a jugar a la lotería, aunque jugando a la lotería su esperanza de ganancia sea $E(\xi) = \bar{x}$). Esta significativa definición de Arrow conduce a la siguiente definición de aversión al riesgo:

$$r = (-1)\left[\partial^2 U / \partial x\right] \Big/ \left[\partial U / \partial x\right]$$

(en el punto $\bar{x}$) para cada decisor. En el modelo que esponemos aquí, algunos parámetros están relacionados con el coeficiente de Arrow. Este enlace será crucial más adelante (Véasen Escolios 2 y 5).

2. UN ANÁLISIS INDUCTIVO PARA APUNTALAR LA HIPÓTESIS CRÍTICA

Consideremos un conjunto de funciones de utilidad que aparecen a menudo en diversas aplicaciones. Estas funciones pueden ser reducidas a formas aditivas independientes, como:

$$U = U(y_1, y_2, \ldots, y_n) = \sum_1^n U_i(y_i) \tag{1}$$

o, también:

$$U = \prod_1^n U_i(y_i), \text{ es decir, } Z = \log U = \sum_1^n z_i(y_i) \tag{1a}$$

donde $Z_i = \log U_i$

Escolio 1

Las funciones de utilidad U y $Z = \log U$ son equivalentes para propósitos de optimización. El óptimo Lagrangiano de ambos U y Z obviamente coinciden ($\partial Z/\partial y_i$ es proporcional a $\partial U/\partial y_i$ para todo i).

En este artículo, nos centraremos en funciones de utilidad que se pueden reducir a formas aditivas independientes, es decir, las derivadas cruzadas de U (o de Z) son nulas. Acotar así el campo de investigación parece justificado ya que las funciones del tipo (1)-(1a) son las más frecuentemente utilizadas en aplicaciones prácticas. Además, Coleman (1990) ha propuesto la función Coob-Douglas (la cual pertence a la clase (1a) como una aproximación adecuada a cualquier tipo de mapa de curvas de utilidad).

Obviamente, el optimo Lagrangiano se alcanzará en el punto y_i que satisface $0 \leq y_i \leq 1$, $\forall i$, ya que $y_i^* = x_i^* / x_i^* = 1$. Esta es una ventaja crucial a la hora de elegir el vector ideal como punto de referencia.

De aquí en adelante, emprenderemos un analisis inductivo para determinar las estructuras típicas de la derivada h de U (o Z) en el punto ideal. Los pasos son los siguientes:

a) primero nos centramos en las funciones de utilidad unidimensionales $U(y)$ más usuales en la literatura. Para este fin, recurrimos a la colección de Kallberg y Ziemba (1983) para modelos de selección de portafolios (véase Ballestero, 1997, Table I). La función cuadrática, aunque incluida en esta colección, no es una expresión adecuada para describir la utilidad. Según Arrow (1965, pp. 96-97), es un forma "absurda" (véase también Pratt, 1964, p. 132). Otra función inusual en la colección, es la forma *arctg*. Asi pues, eliminaremos ambas funciones, como hacen Kroll *et al.* (1984).

b) Analizando la derivada h de cada función, se encuentra, ya sea para $U(y)$, ya sea para $Z(y) = \log U(y)$, que todas las derivadas h en el punto $y = 1$ (sin excepción) tienen la misma estructura dada por la ecuación (2), la cual aparece escrita unas líneas más abajo. Asi pues, por ejemplo, para la función exponencial estándar podemos comprobar en Ballestero (1997, Table I) una estructura idéntica a (2) con los siguientes parámetros: $F_h = 1$, $A_i = \exp(-\beta_i)$; $\rho_i^* = \beta_i$ (siendo β_i un parámetro estándar). Por tanto, podemos formular la siguiente.

Hipóteis 1. Supongamos una función de utilidad estándar "cuanto más mejor" $U(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ la cual puede ser reducida a una forma aditiva independiente. Asumimos que las derivadas de U (o Z) en el punto ideal $\left(y_i^* = 1, \forall i\right)$ obedece la ley

$$\left[\partial^h U / \partial y_i\right]^* = (-1)^{h+1} F_h A_i \left(\rho_i^*\right)^h, \forall i \tag{2}$$

donde A_i es un parámetro positivo dependinte de i. El parámetro F_h puede tomar los valores $F_h = 1, (h,-1)!$ y $h!$ Además, $\rho_i^* \leq 1$, $\forall i$, cuando $F_h = 1, (h,-1)!$ o bien $h!$

Escolio 2

A partir de la ecuación (2), el coeficiente (absoluto) de aversión al riesgo de Arrow en el punto ideal para el atributo i es:

$$r_i\left(y_i^* = 1\right) = (-1)\left[\partial^2 U / \partial y_i\right]^* / \left[\partial U / \partial y_i\right]^* = g\rho_i^*, \forall i \tag{3}$$

donde g toma el valor $g = 1$ cuando $F_h = 1$ ó bien cuando $F_h = (h-1)!$, mientras que $g = 2$ cuando $F_h = h!$

Escolio 3

A partir de la ecuación (2) la ley de los signos $(-1)^{h+1}$ está relacionada con el trasfondo clásico de la utilidad. De hecho, la ultilidad crece a medida que el atributo y_i aumenta, cuando los demás atributos y_j $(j \neq i)$ se mantienen constantes. Este es el postulado que se conoce con el nombre "cuanto más mejor". Ahora bien, la tasa de crecimiento marginal decrece. Así pues, tenemos:

$$\partial U / \partial y_i > 0 \;\; ; \;\; \partial^2 U / \partial y_i < 0.$$

Suponiendo una ley general de disminución del crecimiento marginal, esta ley implica el signo $(-1)^{h+1}$ para las derivadas. Incluso la función cuadrática obedece a esta propiedad para su primera y segunda derivada (obviamente, sus otras derivadas son iguales a cero)

Escolio 4

Consideremos el intercambio preferencial (*trade-off*) del decisor en el punto ideal sobre la curva de iso-ultilidad $U = U_0^*$. Este *trade-off* se puede espresar por la ecuación:

$$[\partial U / \partial y_i]^* dy_1 + [\partial U / \partial y_2]^* dy_2 + \ldots + [\partial U / \partial y_n]^* dy_n = 0 \tag{4}$$

y también por la ecuación:

$$w_1^* dy_1 + w_2^* dy_2 + \ldots + w_n^* dy_n = 0 \tag{5}$$

donde $(w_1^*, w_2^*, \ldots, w_n^*)$ son los pesos preferenciales del decisor en el punto ideal dentro del contexto *trade-off* indicado. A partir de la ecuación (2), tenemos para h = 1,

$$(\partial U / \partial y_i) = A_i \rho_i^*$$

Por consiguiente, identificando las ecuaciones (4) y (5), obtenemos:

$$A_i \rho_i^* / w_i^* = B, \text{ i.e. } A_i = B w_i^* / \rho_i^*, \forall i \tag{6}$$

donde B es un parametro positivo.

3. ENLACE ENTRE UTILIDAD Y COMPROMISO

Lema 1. $U(0 \le y_i \le 1, \forall i)$ (o Z) puede ser expandido mediante una serie convergente alrededor del punto ideal.

Véase demostración en Ballestero (1997)

Definición 1. La expresión D_h es una distancia CP (metrica h) con ponderaciones $\alpha_i = [w_i^* / \rho_i^*]^{1/h} \rho_i^*$ asignadas a los atributos y_i.

Teorema 1. Una función de utilidad U (o Z) está relacionada con las distancias-compromiso D_h mediante la igualdad:

$$\left(U - U_0^*\right) / B = (-1) \sum_{h=1}^{\infty} (F_h / h!) (D_h)^h \tag{7}$$

A partir de la ecuación (7), se obtiene para los tres casos $F_h = 1$, $(h-1)$¡, h! respectivamente:

$$\text{Max U} = \max\left(U - U_0^*\right) / B = \tag{8a}$$

$$max \sum_{i=1}^{n} \left(w_i^* / \rho_i^*\right) \left\{1 - \exp\left[\rho_i^* (1 - y_i)\right]\right\}$$

$$\text{Max U} = \max\left(U - U_0^*\right) / B = \tag{8b}$$

$$max \sum_{i=1}^{n} \left(w_i^* / \rho_i^*\right) \log\left[1 - \rho_i^* (1 - y_i)\right]$$

$$\text{Max U} = \max\left(U - U_0^*\right) / B = \tag{8c}$$

$$max \sum_{i=1}^{n} \left(w_i^* / \rho_i^*\right) \left\{1 - 1 / \left[1 - \rho_i^* (1 - y_i)\right]\right\}$$

sobre la frontera eficiente. De acuerdo con la Hipótesis 1 las expresiones (8 b) y (8 c) son sólo validas para $\rho_i^* \le 1, \forall i$. Se puede comprobar que se verifica la igualdad $U = U_0^*$ en el punto ideal $y_i = y_i^* = 1$. Los parametros w_i^*, ρ_i^* se estiman mediante un proceso iteractivo MCDM, teniendo en cuenta sus respectivos significados (Véasen Escolios 2 y 4). Las preferencias del decisor se investigan a través de un dialogo computarizado entre el analista y dicho decisor (Véase Geoffrion et al., 1972, Zionts - Wallenius,1976, así como una revisión más reciente publicada por Olson, 1992).

Escolio 5

Para estimar ρ_i^*, el analista plantea la siguiente pregunta al decisor. Supongamos que usted accede a un nivel y_i de atributo i en el punto ideal. Este nivel está sujeto a riesgo, y por tanto, puede fluctuar mientrás que los otros atributos permanecen fijos. Las fluctuaciones debidas al riesgo obedecen a una distribución Normal con esperanza matematica $y_i^* = 1$, mientras que la varianza es pequeña, tomando el valor V = 0.01. Este escenario no es una hipótesis del modelo sino una simple referencia para enmarcar el diálogo, de tal modo que usted pueda revelar sus preferencias. Con los datos anteriores, usted ariesga perder o ganar un nivel diferencial $\Delta y_i = 0.1$ con una probabilidad de 31.73%, según las tablas de la distribución Normal. Continuando con estas aproximaciones, usted también arriesga perder o ganar $\Delta y_i = 0.2$ con una probabilidad de 4.55%, según indican las mismas tablas. ¿Cúanto estaría usted dispuesto a "pagar" como prima de riego con objeto de asegurar un nivel $y_i^* = 1$, ? Si por ejemplo, la respuesta del decisor fuese $\pi_i = 0.004$, obtendriamos $r_i(y_i^*) = 0.8$.. En efecto, aplicando la aproximación de Pratt, tenemos:

$$\pi_i \approx r_i(y_i^*) V / 2 = 0.01\, r_i(y_i^*) / 2$$

para $\pi_i = 0.004$, resulta $r_i(y_i^*) = 0.8$. Así pues, se obtiene a partir de la ecuación (3), bien el valor numérico $\rho_i^* = 0.8$ cuando se usan las ecuaciones (8 a)-(8 b), bien el valor $\rho_i^* = 0.4$ cuando se usa la ecuación (8 c) (Véase Escolio 2).

Obviamente cuanto más pequeña sea la varianza V, tanto más baja será la prima π_i. En nuestro ejemplo, el decisor se siente indiferente entre poseer con seguridad absoluta un nivel y_i = (1-0.004) = 0.996 y poseer un nivel aleatorio y_i de valor medio igual a 1 con varianza V = 0.01. En coherencia con la Hipótesis 1, si el analista encuentra un valor $\rho_i^* > 1$ (para cualquier i), la elección final entre (8 a)-(8 b)-(8 c) será (8 a).

Cuando las tres soluciones (8 a)-(8 b)-(8 c) sean posibles, la elección puede ser tomada por un criterio adicional. Un criterio aceptable a este respecto consiste en elegir el óptimo de componentes más equilibradas. Sin embargo, las tres ecuaciones (8 a)-(8 b)-(8 c) suelen conducir a resultados casi coincidentes, por lo cual no es necesario en la práctica acudir a criterios adicionales de selección.

4. CASO ESTUDIO: SELECCIÓN DE VEHÍCULOS "TODO TERRENO"

Aplicaremos la metodología anterior al análisis de características para un conjunto de 105 marcas y modelos de automoviles "todo terreno", existentes en el mercado. El objetivo consiste en elegir la marca y modelo que responda mejor a las preferencias del consumidor, teniendo además en cuenta su aversión al riesgo motivada por posibles variaciones aleatorias en los niveles de las características. Las características estudiadas son las siguientes: precio, cilindrada, potencia, velocidad máxima, consumo a 90 Km/h, consumo a 120 Km/h, consumo en circulación urbana, aceleración, longitud, anchura, altura, peso, ángulo de ataque y de sálida, distancia al suelo, profundidad de vadeo y diametro de giro. Excepto el precio, todas estas variables son de naturaleza técnica, y como tales, susceptibles de ser definidas y cuantificadas con exactitud. Los datos se han recogido en la Tabla 1, que se inserta al final de este artículo. Los valores que se ofrecen en esta Tabla son características normalizadas respecto al ideal y al anti-ideal. Para la normalización se distinguen dos casos, según que la variable se comporte como "más es mejor" o se comporte como "más es peor". En el primer supuesto, la ecuacion que conduce a la variable normalizada es la siguiente:

$$y_i = \frac{x_i - x_{i*}}{x_i^* - x_{i*}}$$

donde: y_i = valor normalizado de la variable i

x_i = valor no-normalizado de la variable i

x_i^* = ideal o valor ancla de la variable i

x_{i*} = anti-ideal o valor nadir de la variable i

En el segundo supuesto, normalizamos con arreglo a la ecuación:

$$y_i = \frac{x_{i*} - x_i}{x_{i*} - x_i^*}$$

donde los simbolos tienen el mismo significado que en el supuesto anterior.

La información procede de revistas sectoriales del automovil, donde las características de cada marca y modelo aparecen perfectamente especificadas. Sin embargo, para evitar un efecto publicitario dejaremos de mencionar en este caso estudio tanto la fuente bibliográfica como las titulaciones de marcas y modelos. Así pues, cada modelo de automovil se designa por una clave convencional que impide su identificación directa.

En las características precio, cilindrada, potencia, aceleración, longitud, anchura, altura, peso, ángulo de ataque y de sálida, distancia al suelo, profundidad de vadeo y diametro de giro, el riesgo de cometer un error de medida por parte de los analistas es prácticamente nulo. En consecuencia, los respectivos parámetros ρ_i^*, que reflejan la aversión al riesgo de cambios aleatorios en los niveles de la correspondiente variable, se han hecho iguales a cero. No ocurre lo mismo para las características velocidad máxima, consumo a 90 km/h, consumo a 120 km/h y consumo en circulación urbana. Mediante dialogos entre los analistas y el centro decisor, siguiendo la pauta establecida en el Escolio 5, se ha estimado que los parámetros ρ_i^* para las variables consumo a 90 km/h, consumo a 120 km/h y consumo en circulación urbana se elevan a 0.5, mientras que el valor de ρ_i^* para la velocidad máxima se situa entorno a 0.3, todo ello si se aplican las ecuaciones (8 a)-(8 b). Ahora bien, cuando aplicamos la ecuación (8 c), estos valores se reducen a la mitad (véasen Escolios 2 y 5).

Los coeficientes de ponderación relativos a las preferencias del centro decisor, es decir, el *trade-off* en el punto ideal, se estiman también por diálogos interactivos . En el presente caso-estudio se ha considerado que todos los pesos w_1^* toman igual valor, con excepción del coeficiente w_1^* que corresponde al precio del vehículo. Para este precio, se contemplan las siguientes opciones:

Opción P_1. El centro decisor asigna al precio un coeficiente de ponderación w_1^* = 1/17, esto es, el mismo peso que a las demás carácterísticas.

Opción P_2.El centro decisor asigna al precio un coeficiente de ponderación w_1^* = 0.20

Opción P_3.El centro decisor asigna al precio un coeficiente de ponderación w_1^* = 0.40

El cálculo de las desutilidades se efectua mediante las ecuaciones (8 a) - (8 b)- (8 c). Los resultados aparecen en la Tabla 2, que figura al final del artículo. En esta Tabla se distinguen las tres opciones antes decritas así como las tres ecuaciones empleadas.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)
k1	0,6469	0,9143	0,7793	0,7746	0,5542	0,4211	0,4519	0,2975	0,8603	0,1786	0,1860	0,6813	0,6818	0,6667	0,4727	0,0689	0,9979
k2	0,5973	0,9143	0,7793	0,7746	0,5542	0,4211	0,4519	0,2975	0,8603	0,1786	0,1860	0,6813	0,6818	0,6667	0,4727	0,0689	0,9979
k3	0,7912	0,2696	0,2483	0,4930	0,5663	0,5658	0,5111	0,3554	0,7346	0,6429	0,4884	0,4263	0,7273	0,6000	0,3636	0,0000	0,9980
k4	0,6858	0,2696	0,2621	0,4930	0,5301	0,5132	0,4667	0,4050	0,8687	0,6429	0,5349	0,5299	0,7500	0,9000	0,2727	0,0000	0,9978
k5	0,6679	0,2696	0,2621	0,4930	0,5301	0,5132	0,4667	0,4050	0,8687	0,6429	0,5349	0,5299	0,7500	0,9000	0,2727	0,0000	0,9978
k6	0,7638	0,3623	0,3103	0,4225	0,7108	0,8026	0,7185	0,5207	0,7346	0,6429	0,4884	0,5179	0,7273	0,6000	0,3636	0,0000	0,9980
k7	0,7072	0,3623	0,3103	0,4225	0,6506	0,7500	0,7111	0,6033	0,8687	0,6429	0,5349	0,6215	0,7500	0,9000	0,2727	0,0000	0,9978
k8	0,7161	0,3623	0,3103	0,4225	0,7108	0,8026	0,6444	0,5207	0,7346	0,6429	0,4884	0,5179	0,7273	0,6000	0,3636	0,0000	0,9980
k9	0,6596	0,3623	0,3103	0,4225	0,6506	0,7500	0,7111	0,6033	0,8687	0,6429	0,5349	0,6215	0,7500	0,9000	0,2727	0,0000	0,9978
k10	0,6447	0,3623	0,3103	0,4225	0,6506	0,7500	0,7111	0,6033	0,8687	0,6429	0,5349	0,6215	0,7500	0,9000	0,2727	0,0000	0,9978
k11	0,6132	0,8168	0,8690	0,6338	0,1205	0,6711	0,2889	0,1240	0,9022	0,4286	0,4884	0,5912	1,0000	1,0000	0,3636	0,0000	0,9978
k12	0,8668	0,2949	0,2828	0,3239	0,4940	0,2237	0,4593	0,4463	0,6508	0,1964	0,3721	0,3267	0,7273	0,6667	0,1818	0,0826	0,9982
k13	0,8411	0,2949	0,2828	0,3239	0,4940	0,2237	0,4593	0,4463	0,6508	0,1964	0,3721	0,3267	0,7273	0,6667	0,1818	0,0826	0,9982
k14	0,8014	0,2949	0,2828	0,3239	0,4940	0,2237	0,4593	0,4463	0,6508	0,1964	0,3721	0,3267	0,7273	0,6667	0,1818	0,0826	0,9982
k15	0,7710	0,7996	0,6966	0,6901	0,4940	0,2237	0,4593	0,0000	0,6508	0,1964	0,3721	0,3785	0,7273	0,6667	0,1818	0,0826	0,9982
k16	0,7863	0,2949	0,2897	0,3803	0,5783	0,4474	0,5630	0,2975	0,7542	0,1607	0,0000	0,2518	0,5455	0,5667	0,1818	0,0826	0,9976
k17	0,7691	0,2949	0,2897	0,3803	0,5783	0,4474	0,5630	0,2975	0,7542	0,1607	0,0000	0,2518	0,5455	0,5667	0,1818	0,0826	0,9976
k18	0,7353	0,2949	0,2897	0,3803	0,5783	0,4474	0,5630	0,2975	0,7542	0,1607	0,0000	0,2669	0,5455	0,5667	0,1818	0,0826	0,9976
k19	0,7198	0,2949	0,2897	0,3803	0,5783	0,4474	0,5630	0,2975	0,7542	0,1607	0,0000	0,2669	0,5455	0,5667	0,1818	0,0826	0,9976
k20	0,6843	0,7996	0,7241	0,7746	0,5422	0,3026	0,2667	0,0579	0,7542	0,1607	0,0000	0,2669	0,5455	0,5667	0,1818	0,0826	0,9976
k21	0,6369	0,7996	0,7241	0,7746	0,5422	0,3026	0,2667	0,0579	0,7542	0,1607	0,0000	0,2669	0,5455	0,5667	0,1818	0,0826	0,9976
k22	0,6215	0,7996	0,7241	0,7746	0,5422	0,3026	0,2667	0,1488	0,0000	0,3036	0,0698	0,4406	0,5000	0,7333	0,1818	0,0826	0,9976
k23	0,4683	0,7996	0,7241	0,7746	0,5422	0,3026	0,2667	0,1488	0,0000	0,3036	0,0698	0,4406	0,5000	0,7333	0,1818	0,0826	0,9976
k24	0,8566	0,1377	0,1310	0,6056	0,6506	0,4868	0,6370	0,4959	0,7514	0,1786	0,0698	0,4422	0,6818	0,5667	0,3636	0,0826	0,9980
k25	0,8422	0,1377	0,3310	0,6761	0,6506	0,4868	0,6519	0,3471	0,7514	0,1786	0,0698	0,4422	0,6818	0,5667	0,3636	0,0826	0,9980
k26	0,7557	0,1377	0,3310	0,6761	0,6506	0,4868	0,6519	0,3471	0,7514	0,1786	0,0698	0,4422	0,6818	0,5667	0,3636	0,0826	0,9980
k27	0,8319	0,1377	0,0207	0,3944	0,8313	1,0000	0,8222	0,0579	0,7514	0,1786	0,0698	0,4422	0,6818	0,5667	0,5455	0,0826	0,9980
k28	0,7420	0,1377	0,0207	0,3944	0,8313	1,0000	0,8222	0,0579	0,7514	0,1786	0,0698	0,4422	0,6818	0,5667	0,5455	0,0826	0,9980
k29	1,0000	0,0337	0,0000	0,1690	0,7349	0,7105	0,8519	0,7934	0,6117	0,0893	0,0465	0,0837	0,5000	0,6667	0,5455	0,0964	0,9979
k30	0,9853	0,0337	0,0000	0,1690	0,7349	0,7105	0,8519	0,7934	0,6117	0,0893	0,0465	0,0837	0,5000	0,6667	0,5455	0,0964	0,9979
k31	0,8023	0,3053	0,2207	0,0704	0,7349	0,3421	0,9037	0,8760	0,6061	0,2857	0,7907	0,4781	0,1364	0,1333	0,3636	0,1019	0,9997
k32	0,8372	0,3053	0,2207	0,0704	0,7349	0,3421	0,9037	0,8760	0,6061	0,2857	0,7907	0,4781	0,1364	0,1333	0,3636	0,1019	0,9997
k33	0,7839	0,3053	0,2207	0,0704	0,7349	0,3421	0,9037	0,8760	0,6508	0,2857	0,7907	0,5578	0,0000	0,0000	0,3636	0,1019	0,9996
k34	0,8153	0,3053	0,2207	0,0000	0,6024	0,2105	0,9185	0,9587	0,8073	0,2857	0,9767	0,6295	0,0455	0,6333	0,3636	0,1019	0,9995
k35	0,7956	0,3053	0,2207	0,0000	0,6024	0,2105	0,9185	0,9587	0,8603	0,2857	1,0000	0,6574	0,0455	0,6333	0,3636	0,1019	0,9995
k36	0,7493	0,3053	0,2207	0,0000	0,6024	0,2105	0,9185	0,9587	0,8520	0,2857	0,9535	0,7649	0,0455	0,6333	0,3636	0,1019	0,9995
k37	0,7195	0,3053	0,2207	0,0000	0,6024	0,2105	0,9185	0,9587	0,8520	0,2857	0,9535	0,7371	0,0455	0,6333	0,3636	0,1019	0,9995
k38	0,6958	0,3053	0,2207	0,0000	0,6024	0,2105	0,9185	0,9587	1,0000	0,2857	0,9535	0,7896	0,0455	0,6333	0,3636	0,1019	0,9991
k39	0,7095	0,3053	0,2207	0,0000	0,6024	0,2105	0,9185	0,9587	1,0000	0,2857	0,9535	0,7896	0,0455	0,6333	0,3636	0,1019	0,9991
k40	0,7419	0,3053	0,2207	0,0000	0,6024	0,2105	0,9185	0,9587	1,0000	0,2857	0,9535	0,7896	0,0455	0,6333	0,3636	0,1019	0,9991
k41	0,6852	0,3053	0,2207	0,0000	0,6024	0,2105	0,9185	0,9587	1,0000	0,2857	0,9535	0,7896	0,0455	0,6333	0,3636	0,1019	0,9991
k42	0,5185	0,3053	0,2207	0,0000	0,6024	0,2105	0,9185	0,9587	1,0000	0,2857	0,9535	0,7896	0,0455	0,6333	0,3636	0,1019	0,9991
k43	0,6106	0,3053	0,2207	0,0000	0,6024	0,2105	0,9185	0,9587	1,0000	0,2857	0,9535	0,7896	0,0455	0,6333	0,3636	0,1019	0,9991
k44	0,5048	0,3053	0,2207	0,0000	0,6024	0,2105	0,9185	0,9587	1,0000	0,2857	0,9535	0,7896	0,0455	0,6333	0,3636	0,1019	0,9991
k45	0,7295	0,3053	0,2207	0,2958	0,9759	0,8158	1,0000	0,7521	0,8184	1,0000	0,6744	0,7530	0,7727	0,8000	0,3636	0,1570	0,9976
k46	0,6977	0,3053	0,2897	0,2817	1,0000	0,8947	0,9481	0,9256	0,8184	1,0000	0,6744	0,7530	0,7727	0,8000	0,3636	0,1570	0,9976
k47	0,6435	0,3053	0,2207	0,2958	0,9759	0,8158	1,0000	0,7521	0,8184	1,0000	0,6744	0,7729	0,7727	0,8000	0,3636	0,1570	0,9976
k48	0,6116	0,3053	0,2897	0,2817	1,0000	0,8947	0,9481	0,9256	0,8184	1,0000	0,6744	0,7729	0,7727	0,8000	0,3636	0,1570	0,9976
k49	0,5697	0,3053	0,2207	0,2958	0,9759	0,8158	1,0000	0,7521	0,8184	1,0000	0,6744	0,7729	0,7727	0,8000	0,3636	0,1570	0,9976
k50	0,5500	0,3053	0,2897	0,2817	1,0000	0,8947	0,9481	0,9256	0,8184	1,0000	0,6744	0,7729	0,7727	0,8000	0,3636	0,1570	0,9976
k51	0,2634	0,7962	0,7586	0,8873	0,5181	0,3553	0,2593	0,1074	0,8827	0,4643	0,4651	0,7928	0,5455	0,8333	0,3636	0,1157	0,9977
k52	0,2264	0,7962	0,7586	0,8873	0,5181	0,3553	0,2593	0,1074	0,8827	0,4643	0,4651	0,7928	0,5455	0,8333	0,3636	0,1157	0,9977
k53	0,0803	1,0000	1,0000	1,0000	0,3976	0,2763	0,0000	0,0579	0,8827	0,4643	0,4651	0,8964	0,9091	1,0000	0,3636	0,1157	0,9977
k54	0,3222	0,3060	0,3724	0,5915	0,8675	0,6579	0,8296	0,4463	0,8827	0,4643	0,4651	0,8127	0,5455	0,8333	0,3636	0,1157	0,9977
k55	0,2852	0,3060	0,3724	0,5211	0,9036	0,5658	0,7704	0,4380	0,8827	0,4643	0,4651	0,8247	0,5455	0,8333	0,3636	0,1157	0,9977
k56	0,2634	0,3060	0,3724	0,5915	0,8675	0,6579	0,8296	0,4463	0,8827	0,4643	0,4651	0,8127	0,5455	0,8333	0,3636	0,1157	0,9977
k57	0,2264	0,3060	0,3724	0,5211	0,9036	0,5658	0,7704	0,4380	0,8827	0,4643	0,4651	0,8247	0,5455	0,8333	0,3636	0,1157	0,9977
k58	0,0356	0,5428	0,8966	0,6338	0,0000	0,0000	0,2296	0,2149	0,7458	0,5893	0,7442	0,8606	0,6818	0,8667	0,3636	0,0413	0,9978
k59	0,1184	0,5428	0,8966	0,6338	0,0000	0,0000	0,2296	0,2149	0,7346	0,5893	0,7209	0,8924	0,6818	0,8667	0,3636	0,0413	0,9978
k60	0,0387	0,5428	0,8966	0,6338	0,0000	0,0000	0,2296	0,2562	0,8603	0,5893	0,7209	0,9761	0,6818	0,8667	0,3636	0,0413	0,9978
k61	0,0000	0,4744	0,6690	0,5493	0,4940	0,5395	0,5556	0,5455	0,7458	0,5893	0,7442	0,8964	0,7727	0,6667	0,5455	0,1322	0,9978
k62	0,0831	0,4744	0,6690	0,5493	0,4940	0,5395	0,5556	0,5455	0,7346	0,5893	0,7442	0,9163	0,7727	0,6667	0,5455	0,1322	0,9978
k63	0,0008	0,4744	0,6690	0,5493	0,4940	0,5395	0,5556	0,7107	0,8603	0,5893	0,7442	1,0000	0,7727	0,6667	0,5455	0,1322	0,9972
k64	0,8121	0,2993	0,1310	0,2817	0,7108	0,3553	0,6593	0,5620	0,7039	0,1071	0,4884	0,4542	0,5455	0,6333	0,2727	0,0413	0,9999
k65	0,7649	0,2993	0,1310	0,2817	0,7108	0,3553	0,6593	0,5785	0,7179	0,1071	0,4884	0,4542	0,5455	0,6333	0,2727	0,0413	0,9999
k66	0,7408	0,2993	0,1379	0,2817	0,6506	0,3158	0,5926	1,0000	0,8799	0,1071	0,6279	0,6534	0,5455	0,9000	0,2727	0,0413	0,9997
k67	0,7293	0,4200	0,3103	0,4225	0,6627	0,2500	0,6074	0,4628	0,7179	0,1071	0,4884	0,5857	0,5455	0,5333	0,0000	0,0413	0,9999
k68	0,6861	0,4200	0,3103	0,3521	0,6265	0,2895	0,4963	0,6116	0,7179	0,1071	0,4884	0,7291	0,5455	0,9000	0,0000	0,0413	0,9997
k69	0,6745	0,4200	0,3103	0,4225	0,6627	0,2500	0,6074	0,4628	0,7235	0,2679	0,5116	0,6056	0,5000	0,5333	0,2727	0,0413	0,9999
k70	0,6292	0,4200	0,3103	0,4789	0,6265	0,2895	0,4963	0,6529	0,8855	0,2679	0,6512	0,7530	0,5000	0,9000	0,2727	0,0413	0,9997
k71	0,5178	0,6434	0,8828	0,8451	0,4699	0,2105	0,2593	0,0083	0,7235	0,2679	0,5116	0,5697	0,5000	0,5333	0,2727	0,0413	0,9999
k72	0,4357	0,6434	0,8828	0,8451	0,4458	0,1974	0,2593	0,0909	0,8855	0,2679	0,6512	0,6853	0,5000	0,9000	0,2727	0,0413	0,9997
k73	0,8088	0,2696	0,2621	0,4930	0,7470	0,5921	0,6667	0,3554	0,7346	0,2143	0,4884	0,4343	0,7273	0,6000	0,3636	0,0000	0,9998
k74	0,6865	0,2696	0,2621	0,4930	0,7470	0,5921	0,6667	0,3554	0,7346	0,2143	0,4884	0,4343	0,7273	0,6000	0,3636	0,0000	0,9998
k75	0,6377	0,2696	0,2621	0,4930	0,7229	0,5132	0,6519	0,4050	0,8687	0,2143	0,5349	0,5378	0,7500	0,9000	0,2727	0,0000	0,9997
k76	0,7740	0,3620	0,3103	0,4225	0,8193	0,5395	0,8815	0,5207	0,7346	0,2143	0,4884	0,5259	0,7273	0,6000	0,3636	0,0000	0,9998
k77	0,7150	0,3620	0,3103	0,4225	0,8193	0,5395	0,8815	0,5207	0,7346	0,2143	0,4884	0,5259	0,7273	0,6000	0,3636	0,0000	0,9998
k78	0,6757	0,3620	0,3103	0,4225	0,8193	0,5395	0,8815	0,5207	0,7346	0,2143	0,4884	0,5259	0,7273	0,6000	0,3636	0,0000	0,9998
k79	0,7185	0,3620	0,3103	0,4225	0,8193	0,5395	0,8593	0,6033	0,8687	0,2143	0,5349	0,6295	0,7500	0,9000	0,2727	0,0000	0,9997
k80	0,6595	0,3620	0,3103	0,4225	0,8193	0,5395	0,8593	0,6033	0,8687	0,2143	0,5349	0,6295	0,7500	0,9000	0,2727	0,0000	0,9997
k81	0,6268	0,3620	0,3103	0,4225	0,8193	0,5395	0,8593	0,6033	0,8687	0,2143	0,5349	0,6295	0,7500	0,9000	0,2727	0,0000	0,9997
k82	0,5899	0,3620	0,3103	0,4225	0,8193	0,5395	0,8593	0,6033	0,8687	0,2143	0,5349	0,6295	0,7500	0,9000	0,2727	0,0000	0,9997
k83	0,9185	0,0000	0,1034	0,6056	0,8313	0,6974	0,8889	0,2479	0,5838	0,0000	0,0930	0,0120	0,5000	0,4333	0,1818	0,1019	1,0000
k84	0,8778	0,0000	0,1034	0,6056	0,8313	0,6974	0,8889	0,2479	0,5838	0,0000	0,0930	0,0159	0,5000	0,4333	0,1818	0,1019	1,0000
k85	0,8849	0,0000	0,1034	0,6056	0,8313	0,6974	0,8889	0,2479	0,5810	0,0000	0,0930	0,0000	0,5000	0,4333	0,1818	0,1019	1,0000
k86	0,8868	0,0000	0,1034	0,6056	0,8434	0,7632	0,8444	0,2975	0,6927	0,0000	0,1860	0,0677	0,5000	0,5000	0,1818	0,0138	0,9998
k87	0,8544	0,0000	0,1034	0,6056	0,8434	0,7632	0,8444	0,2975	0,6927	0,0000	0,1860	0,0916	0,5000	0,5000	0,1818	0,0138	0,9998
k88	0,8223	0,1377	0,3310	0,6338	0,9157	0,8553	0,8667	0,0579	0,6006	0,0357	0,0698	0,0837	0,6818	0,3667	0,2727	0,0138	0,9983
k89	0,8028	0,1377	0,3310	0,6338	0,9157	0,8553	0,8667	0,0579	0,6006	0,0357	0,0698	0,0837	0,6818	0,3667	0,2727	0,0138	0,9983
k90	0,7777	0,1377	0,3310	0,6338	0,9157	0,8553	0,8667	0,1488	0,6006	0,0357	0,0698	0,0837	0,6818	0,3667	0,2727	0,0138	0,9983
k91	0,7736	0,1377	0,3310	0,6338	0,9157	0,8553	0,8667	0,0826	0,7151	0,0357	0,0930	0,1355	0,6818	0,7667	0,2727	0,0138	0,9983
k92	0,7485	0,1377	0,3310	0,5775	0,9157	0,8553	0,8667	0,2149	0,7151	0,0357	0,0930	0,1355	0,6818	0,7667	0,2727	0,0138	0,9983
k93	0,6914	0,6032	0,6759	0,7746	0,5422	0,3289	0,5333	0,0826	0,7654	0,1786	0,5349	0,4661	0,6818	0,6333	0,7273	0,0138	0,9982
k94	0,6483	0,6032	0,6759	0,7746	0,5422	0,3289	0,5333	0,0826	0,8883	0,1786	0,5581	0,5857	0,6818	0,7667	0,7273	0,0138	0,9978
k95	0,6011	0,6032	0,6759	0,7746	0,5422	0,3289	0,5333	0,0826	0,7654	0,1786	0,5349	0,4661	0,6364	0,8333	1,0000	0,0138	0,9982
k96	0,5634	0,6032	0,6759	0,7042	0,5422	0,3289	0,5333	0,0826	0,7654	0,1786	0,5349	0,4661	0,6364	0,8333	1,0000	0,0138	0,9982
k97	0,5583	0,6032	0,6759	0,7746	0,5422	0,3289	0,5333	0,0826	0,8883	0,1786	0,5581	0,5857	0,6364	0,9333	1,0000	0,0138	0,9978
k98	0,5206	0,6032	0,6759	0,7042	0,5422	0,3289	0,5333	0,0826	0,8883	0,1786	0,5581	0,5857	0,6364	0,9333	1,0000	0,0138	0,9978
k99	0,6914	0,4696	0,3103	0,4930	0,6867	0,4079	0,7778	0,3802	0,7654	0,1786	0,5349	0,4661	0,6818	0,8667	0,7273	0,0138	0,9982
k100	0,6483	0,4696	0,3103	0,4930	0,6867	0,4079	0,7778	0,3802	0,8883	0,1786	0,5581	0,5857	0,6818	0,9667	0,7273	0,0138	0,9978
k101	0,6011	0,4696	0,3103	0,4930	0,6867	0,4079	0,7778	0,3802	0,7654	0,1786	0,5349	0,4661	0,6364	0,8333	1,0000	0,0138	0,9982
k102	0,5634	0,4696	0,3103	0,4930	0,6867	0,4079	0,7778	0,3802	0,7654	0,1786	0,5349	0,4661	0,6364	0,8333	1,0000	0,0138	0,9982
k103	0,5583	0,4696	0,3103	0,4930	0,6867	0,4079	0,7778	0,3802	0,8883	0,1786	0,5581	0,5857	0,6364	0,9333	1,0000	0,0138	0,9978
k104	0,6253	0,4696	0,3103	0,4930	0,6867	0,4079	0,7778	0,3802	0,8883	0,1786	0,5581	0,5857	0,6364	0,9333	1,0000	0,0138	0,9978
k105	0,8287	0,2888	0,0690	0,1408	0,6145	0,2895	0,7037	0,6033	0,8855	0,2321	0,4186	0,4940	0,3636	0,8667	0,4727	0,0138	0,9978
Pesos preferenciales wi*(opción P1)	1/17	1/17	1/17	1/17	1/17	1/17	1/17	1/17	1/17	1/17	1/17	1/17	1/17	1/17	1/17	1/17	1/17
Pesos preferenciales wi*(opción P2)	0,20	0.80/16	0.80/16	0.80/16	0.80/16	0.80/16	0.80/16	0.80/16	0.80/16	0.80/16	0.80/16	0.80/16	0.80/16	0.80/16	0.80/16	0.80/16	0.80/16
Pesos preferenciales wi*(opción P3)	0,4	0.60/16	0.60/16	0.60/16	0.60/16	0.60/16	0.60/16	0.60/16	0.60/16	0.60/16	0.60/16	0.60/16	0.60/16	0.60/16	0.60/16	0.60/16	0.60/16
Parametros pi* para la aversión al riesgo con(8a)-(8b)	0	0	0	0,3	0,5	0,5	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Parametros pi* para la aversión al riesgo con (8c)	0	0	0	0,3/2	0,5/2	0,5/2	0,5/2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

CABECERAS DE COLUMNA:
(1) Precio; (2) Cilindrada; (3) Potencia; (4) Velocidad máxima; (5) Consumo a 90 KM/H; (6) Consumo a 120 KM/H; .
(7) Consumo en circulación urbana; (8) Aceleracion de 0 a 100 Km/h.; (9) Longitud; (10) Anchura; (11) Altura;
(12) Peso; (13) Angulo de ataque; (14) Angulo de salida; (15) Distancia al suelo; (16) Profundidad de vadeo; (17) Diametro de giro
UNIDADES DE MEDIDA: Adimensionales

Tabla 1. Información sobre 105 marcas y modelos de vehículos "todo terreno" (Valores normalizados de las características, pesos preferenciales y parámetros de aversión al riesgo).

	Opción P1			Opción P2			Opción P3		
	(8 a)	(8 b)	(8 c)	(8 a)	(8 b)	(8 c)	(8 a)	(8 b)	(8 c)
k1	-0,44720	-0,44880	-0,44793	-0,43308	-0,43444	-0,43370	-0,41307	-0,41409	-0,41354
k2	-0,45011	-0,45171	-0,45085	-0,44300	-0,44436	-0,44362	-0,43292	-0,43394	-0,43339
k3	-0,49561	-0,49668	-0,49611	-0,45259	-0,45350	-0,45302	-0,39165	-0,39233	-0,39197
k4	-0,47768	-0,47909	-0,47833	-0,45316	-0,45436	-0,45372	-0,41843	-0,41933	-0,41884
k5	-0,47873	-0,48015	-0,47939	-0,45674	-0,45794	-0,45730	-0,42559	-0,42649	-0,42600
k6	-0,43656	-0,43693	-0,43674	-0,40651	-0,40683	-0,40666	-0,36394	-0,36418	-0,36406
k7	-0,41280	-0,41326	-0,41302	-0,39480	-0,39519	-0,39498	-0,36929	-0,36958	-0,36943
k8	-0,44447	-0,44491	-0,44468	-0,42038	-0,42076	-0,42056	-0,38625	-0,38654	-0,38639
k9	-0,41560	-0,41607	-0,41582	-0,40432	-0,40472	-0,40451	-0,38834	-0,38864	-0,38848
k10	-0,41648	-0,41694	-0,41670	-0,40730	-0,40769	-0,40748	-0,39429	-0,39458	-0,39443
k11	-0,44167	-0,44647	-0,44373	-0,43344	-0,43751	-0,43518	-0,42177	-0,42483	-0,42308
k12	-0,57655	-0,57992	-0,57805	-0,51005	-0,51291	-0,51132	-0,41583	-0,41798	-0,41679
k13	-0,57806	-0,58143	-0,57956	-0,51519	-0,51805	-0,51646	-0,42611	-0,42826	-0,42707
k14	-0,58040	-0,58377	-0,58190	-0,52313	-0,52599	-0,52440	-0,44200	-0,44415	-0,44295
k15	-0,52637	-0,52941	-0,52772	-0,48176	-0,48434	-0,48290	-0,41856	-0,42050	-0,41942
k16	-0,59213	-0,59352	-0,59278	-0,53536	-0,53654	-0,53591	-0,45494	-0,45583	-0,45535
k17	-0,59315	-0,59454	-0,59379	-0,53882	-0,54000	-0,53937	-0,46185	-0,46274	-0,46226
k18	-0,59424	-0,59563	-0,59489	-0,54481	-0,54600	-0,54536	-0,47479	-0,47568	-0,47520
k19	-0,59515	-0,59655	-0,59580	-0,54792	-0,54910	-0,54846	-0,48099	-0,48188	-0,48141
k20	-0,56741	-0,57073	-0,56888	-0,52966	-0,53248	-0,53091	-0,47618	-0,47829	-0,47711
k21	-0,57007	-0,57339	-0,57154	-0,53872	-0,54154	-0,53997	-0,49431	-0,49642	-0,49524
k22	-0,58026	-0,58358	-0,58173	-0,55001	-0,55283	-0,55125	-0,50714	-0,50925	-0,50807
k23	-0,58927	-0,59259	-0,59074	-0,58063	-0,58345	-0,58188	-0,56839	-0,57051	-0,56933
k24	-0,53103	-0,53184	-0,53141	-0,47289	-0,47358	-0,47321	-0,39051	-0,39103	-0,39076
k25	-0,52321	-0,52398	-0,52357	-0,46841	-0,46906	-0,46871	-0,39077	-0,39125	-0,39099
k26	-0,52830	-0,52906	-0,52865	-0,48570	-0,48635	-0,48600	-0,42535	-0,42584	-0,42558
k27	-0,50949	-0,50977	-0,50963	-0,45829	-0,45852	-0,45840	-0,38574	-0,38592	-0,38582
k28	-0,51478	-0,51506	-0,51492	-0,47627	-0,47650	-0,47638	-0,42171	-0,42188	-0,42179
k29	-0,54280	-0,54365	-0,54319	-0,46138	-0,46210	-0,46171	-0,34604	-0,34657	-0,34629
k30	-0,54366	-0,54451	-0,54406	-0,46431	-0,46503	-0,46465	-0,35190	-0,35244	-0,35215
k31	-0,53725	-0,53945	-0,53825	-0,48632	-0,48820	-0,48717	-0,41417	-0,41558	-0,41481
k32	-0,53520	-0,53740	-0,53619	-0,47933	-0,48120	-0,48018	-0,40019	-0,40159	-0,40082
k33	-0,54689	-0,54909	-0,54789	-0,49728	-0,49915	-0,49813	-0,42700	-0,42840	-0,42763
k34	-0,50084	-0,50450	-0,50245	-0,45342	-0,45654	-0,45480	-0,38625	-0,38859	-0,38729
k35	-0,49586	-0,49953	-0,49748	-0,45215	-0,45527	-0,45352	-0,39022	-0,39256	-0,39125
k36	-0,49549	-0,49915	-0,49710	-0,45877	-0,46188	-0,46014	-0,40675	-0,40909	-0,40778
k37	-0,49888	-0,50255	-0,50050	-0,46612	-0,46923	-0,46749	-0,41971	-0,42204	-0,42074
k38	-0,48849	-0,49216	-0,49011	-0,46085	-0,46396	-0,46222	-0,42168	-0,42402	-0,42271
k39	-0,48769	-0,49135	-0,48930	-0,45810	-0,46122	-0,45948	-0,41619	-0,41853	-0,41723
k40	-0,48578	-0,48945	-0,48740	-0,45163	-0,45475	-0,45301	-0,40326	-0,40559	-0,40429
k41	-0,48911	-0,49278	-0,49073	-0,46296	-0,46608	-0,46434	-0,42591	-0,42825	-0,42694
k42	-0,49892	-0,50259	-0,50054	-0,49631	-0,49943	-0,49768	-0,49260	-0,49494	-0,49364
k43	-0,49350	-0,49717	-0,49512	-0,47789	-0,48100	-0,47926	-0,45576	-0,45810	-0,45679
k44	-0,49973	-0,50340	-0,50135	-0,49905	-0,50217	-0,50043	-0,49809	-0,50043	-0,49912
k45	-0,33276	-0,33319	-0,33296	-0,32342	-0,32378	-0,32359	-0,31018	-0,31045	-0,31031
k46	-0,31806	-0,31850	-0,31827	-0,31571	-0,31608	-0,31588	-0,31237	-0,31265	-0,31250
k47	-0,33665	-0,33707	-0,33685	-0,33963	-0,33999	-0,33980	-0,34385	-0,34412	-0,34398
k48	-0,32195	-0,32239	-0,32216	-0,33192	-0,33229	-0,33209	-0,34604	-0,34632	-0,34617
k49	-0,34099	-0,34142	-0,34119	-0,35439	-0,35475	-0,35456	-0,37337	-0,37364	-0,37350
k50	-0,32558	-0,32602	-0,32578	-0,34424	-0,34461	-0,34441	-0,37068	-0,37096	-0,37081
k51	-0,46650	-0,46960	-0,46787	-0,50701	-0,50965	-0,50818	-0,56440	-0,56638	-0,56528
k52	-0,46868	-0,47178	-0,47005	-0,51442	-0,51706	-0,51559	-0,57923	-0,58120	-0,58010
k53	-0,44939	-0,45698	-0,45255	-0,51993	-0,52638	-0,52261	-0,61986	-0,62470	-0,62187
k54	-0,42323	-0,42344	-0,42333	-0,46141	-0,46159	-0,46150	-0,51550	-0,51563	-0,51556
k55	-0,43811	-0,43853	-0,43831	-0,47961	-0,47997	-0,47978	-0,53841	-0,53868	-0,53854
k56	-0,42669	-0,42690	-0,42679	-0,47317	-0,47336	-0,47326	-0,53903	-0,53916	-0,53909
k57	-0,44157	-0,44199	-0,44177	-0,49138	-0,49174	-0,49155	-0,56194	-0,56221	-0,56207
k58	-0,54945	-0,56190	-0,55454	-0,61169	-0,62227	-0,61602	-0,69986	-0,70779	-0,70310
k59	-0,54474	-0,55719	-0,54983	-0,59527	-0,60585	-0,59960	-0,66686	-0,67480	-0,67011
k60	-0,53468	-0,54713	-0,53977	-0,59867	-0,60925	-0,60299	-0,68932	-0,69726	-0,69256
k61	-0,42909	-0,43025	-0,42963	-0,51473	-0,51571	-0,51519	-0,63605	-0,63679	-0,63639
k62	-0,42369	-0,42485	-0,42423	-0,49768	-0,49866	-0,49814	-0,60249	-0,60323	-0,60284
k63	-0,40653	-0,40769	-0,40707	-0,49543	-0,49642	-0,49589	-0,62137	-0,62211	-0,62172
k64	-0,54084	-0,54250	-0,54160	-0,48790	-0,48931	-0,48854	-0,41289	-0,41395	-0,41338
k65	-0,54182	-0,54348	-0,54258	-0,49581	-0,49722	-0,49645	-0,43063	-0,43168	-0,43111
k66	-0,48503	-0,48709	-0,48597	-0,45116	-0,45291	-0,45195	-0,40317	-0,40449	-0,40377
k67	-0,55296	-0,55525	-0,55397	-0,51062	-0,51257	-0,51149	-0,45065	-0,45211	-0,45130
k68	-0,52910	-0,53147	-0,53017	-0,49681	-0,49883	-0,49772	-0,45107	-0,45259	-0,45176
k69	-0,53049	-0,53278	-0,53151	-0,49975	-0,50169	-0,50061	-0,45620	-0,45766	-0,45685
k70	-0,47747	-0,47968	-0,47846	-0,46146	-0,46334	-0,46231	-0,43879	-0,44020	-0,43942
k71	-0,53870	-0,54305	-0,54060	-0,53022	-0,53392	-0,53184	-0,51821	-0,52098	-0,51942
k72	-0,49560	-0,50016	-0,49759	-0,50591	-0,50979	-0,50760	-0,52051	-0,52342	-0,52178
k73	-0,49262	-0,49313	-0,49286	-0,44741	-0,44785	-0,44762	-0,38337	-0,38370	-0,38352
k74	-0,49981	-0,50033	-0,50005	-0,47186	-0,47230	-0,47207	-0,43227	-0,43260	-0,43243
k75	-0,47787	-0,47860	-0,47821	-0,46053	-0,46115	-0,46082	-0,43597	-0,43643	-0,43619
k76	-0,46110	-0,46166	-0,46136	-0,42583	-0,42631	-0,42605	-0,37587	-0,37623	-0,37604
k77	-0,46457	-0,46513	-0,46483	-0,43764	-0,43811	-0,43786	-0,39948	-0,39984	-0,39965
k78	-0,46688	-0,46744	-0,46714	-0,44549	-0,44596	-0,44571	-0,41518	-0,41554	-0,41535
k79	-0,43055	-0,43111	-0,43081	-0,40818	-0,40866	-0,40841	-0,37650	-0,37686	-0,37667
k80	-0,43402	-0,43458	-0,43428	-0,41999	-0,42047	-0,42022	-0,40012	-0,40048	-0,40029
k81	-0,43594	-0,43650	-0,43621	-0,42652	-0,42700	-0,42675	-0,41318	-0,41354	-0,41335
k82	-0,49692	-0,49749	-0,49719	-0,48390	-0,48438	-0,48412	-0,46545	-0,46581	-0,46562
k83	-0,58000	-0,58016	-0,58007	-0,50523	-0,50537	-0,50529	-0,39931	-0,39941	-0,39936
k84	-0,58215	-0,58231	-0,58223	-0,51315	-0,51329	-0,51322	-0,41540	-0,41550	-0,41545
k85	-0,58284	-0,58300	-0,58292	-0,51268	-0,51282	-0,51275	-0,41330	-0,41340	-0,41335
k86	-0,56265	-0,56277	-0,56271	-0,49522	-0,49533	-0,49527	-0,39971	-0,39978	-0,39974
k87	-0,56315	-0,56327	-0,56321	-0,50052	-0,50062	-0,50057	-0,41179	-0,41187	-0,41183
k88	-0,54643	-0,54650	-0,54646	-0,49111	-0,49117	-0,49114	-0,41275	-0,41279	-0,41277
k89	-0,54758	-0,54765	-0,54761	-0,49503	-0,49509	-0,49506	-0,42058	-0,42062	-0,42060
k90	-0,54371	-0,54378	-0,54375	-0,49551	-0,49556	-0,49554	-0,42722	-0,42726	-0,42724
k91	-0,51316	-0,51323	-0,51319	-0,47015	-0,47021	-0,47018	-0,40922	-0,40926	-0,40924
k92	-0,51059	-0,51069	-0,51064	-0,47173	-0,47182	-0,47177	-0,41669	-0,41675	-0,41672
k93	-0,47165	-0,47351	-0,47249	-0,44719	-0,44877	-0,44791	-0,41254	-0,41373	-0,41308
k94	-0,45074	-0,45260	-0,45158	-0,43589	-0,43747	-0,43660	-0,41485	-0,41603	-0,41538
k95	-0,45183	-0,45369	-0,45267	-0,44390	-0,44548	-0,44461	-0,43265	-0,43384	-0,43319
k96	-0,45853	-0,46040	-0,45937	-0,45524	-0,45683	-0,45596	-0,45058	-0,45178	-0,45112
k97	-0,43286	-0,43472	-0,43370	-0,43419	-0,43577	-0,43491	-0,43608	-0,43727	-0,43662
k98	-0,43956	-0,44143	-0,44041	-0,44554	-0,44713	-0,44626	-0,45401	-0,45520	-0,45455
k99	-0,45451	-0,45554	-0,45498	-0,43262	-0,43350	-0,43302	-0,40161	-0,40227	-0,40192
k100	-0,43556	-0,43659	-0,43603	-0,42298	-0,42386	-0,42338	-0,40517	-0,40582	-0,40547
k101	-0,44841	-0,44944	-0,44889	-0,44099	-0,44187	-0,44139	-0,43047	-0,43113	-0,43078
k102	-0,45063	-0,45166	-0,45110	-0,44853	-0,44940	-0,44893	-0,44555	-0,44620	-0,44585
k103	-0,42944	-0,43047	-0,42992	-0,43129	-0,43216	-0,43169	-0,43390	-0,43456	-0,43420
k104	-0,42550	-0,42653	-0,42598	-0,41789	-0,41877	-0,41829	-0,40711	-0,40776	-0,40741
k105	-0,53195	-0,53445	-0,53308	-0,47785	-0,47998	-0,47881	-0,40121	-0,40281	-0,40193

Tabla 2. Desutilidades calculadas para las distintas opciones

(8a) = desutilidad calculada según la ecuación 8a.
(8b) = desutilidad calculada según la ecuación 8b.
(8c) = desutilidad calculada según la ecuación 8c.

Examinando la Tabla 2 se observa que las desutilidades mínimas (óptimas) para las opciones P_1, P_2, P_3 corresponden a las marcas y modelos K46, K46 y K45, dentro de nuestra clave. Los resultados coinciden cualquiera que sea la ecuación (8 a)- (8 b) - (8 c) que sirve como base de cálculo.

5. CONCLUSIONES

Respecto a los resultados que se exponen en este artículo, se pueden formular las siguientes preguntas:

a) ¿Se introducen cambios en los enfoques estándar de programación compromiso?¿Cómo comparar las formas funcionales (8 a)-(8 b)-(8 c) con las formas funcionales comunmente utilizadas en CP?

b) ¿ Se introducen cambios en la literatura estándar de utilidad?

En relación a la pregunta (a) se observará que (8 a)-(8 b)-(8 c) son equivalentes a minimizar una función particular perfectamente definida de la variable $(1-y_i)$ $(i = 1, 2, ...,n)$, esto es, la discrepancia entre y_i y su valor ancla $y_i^* = 1$. Por tanto, se trata esencialmente de una programación compromiso (fundamentada en el axioma de aproximación al punto ideal) con las siguientes ventajas. En primer lugar, el enfoque desarrollado conduce a un número muy corto de soluciones (tres como máximo) en vez de permitir infinitas soluciones como sucede en CP. En segundo lugar, este enfoque es una aproximación al óptimo de utilidad.

En relación a la pregunta (b), la prespectiva metodológica recogida en este artículo es diferente de la teoría de la utilidad (MAUT) en su formulación multicriterio estándar (Véase Keeney-Raiffa, 1976). El método expuesto se basa sustancialmente en la Hipótesis 1, cuya justificación parece plausible ya que la mayoria de las funciones usuales de utilidad (o sus formas logarítmicas) tienen su derivada h-esima estructurada de acuerdo con dicha hipótesis. El método exige además que las funciones de utilidad sean aditivas independientes. La información requerida para implementar las formulas de cálculo se reduce a las preferencias del decisor respecto a las características y_i, necesitandose también estimar la aversión al riesgo cuando se contemplan posibles cambios aleatorios en los niveles de dichas características. El análisis de preferencias se refiere a relaciones *trade-off* en el punto ideal.

REFERENCIAS

1. Ballestero, E. (1997) Selecting the CP Metric: A Risk Aversion Approach. *European Journal of Operational Research,* **97,** pp. 593-596.

2. Ballestero, E. & Romero, C. (1991) A theorem connecting utility funtion optimization and compromise programing. *Operations Research Letters* **10,** 421-427.

3. Ballestero, E. & Romero, C. (1994) Utility optimization when the utility funtion is virtually unknown. *Theory Decision.* **37,** 233-243.

4. Ballestero, E. & Romero, C. (1998) *Multiple Criteria Decision Making and its Appications to Economic Problems,* Boston, Kluwer Academic Publishers.

5. Coleman, J.S., & Swedberg, R. (1990) (ed) *Economics and Sociology,* Pricenton, NJ: Pricenton University Press, pp. 47-60.

6. French S, (1988) *Decision Theory,* New York, Wiley.

7. Geofrion, A.M., Dyer,J. S. & Feinberg, A. (1972) An interactive approach for multicriterion optimization, with an application to the operation of an academic department. *Management Science* **19,** 357-368.

8. Kallerg, J. G. & Ziemba, W.T., (1983) Comparison of alternative utility functions i portfolio selection problems. *Management Science* **29,** 1257-1276

9. Keeney, R.L. & Raiffa, H., (1976) *Decisions with Multiple Objetives: Preferences and Value Tradeoffs,* New York: Wiley.

10. Kroll, Y., Levy, H. & Markowitz, H. (1984) Mean-variance versus direct utility maximization. *J. Finance* **XXXIX (1),** 47-61.

11. Lanacaster, K.J. (1991) *Modern Consumer Theory,* Aldershot: Edward Edgar.

12. Olson, D.L. (1992) Review of empirical studies in multiobjetive mathematical programming: subject reflection of nonlinear utility and learning. *Decisión Science* **23,** 1-20.

13. Pratt, J.W. (1964) Risk aversion in the small and in the large. *Econometrica* **32,** 122-136.

14. Romero, C.; Tamiz, M. & Jones, D.F., (1998) Goal programming, compromise programming and reference point method formulations: linkages and utility interpretations. *Journal of the Operational Research Society,* **49,** 986-991.

15. Von Neumann, J. & Morgenstern, O. (1953) *Therory of Games and economic behaviour.* Princenton University Press.

16. Yu, P.L. (1973) A class of solution for group decision problems. *Managment Science* **19,** 936-946.

17. Zeleny, M. (1974) Concept of compromise solutions and the methods of the displaced ideal. *Computer Operational Research* **1,** 479-496.

18. Zionts, S. & Wallenius, J. (1976) An interactive programing method for solving the multiple criteria problem. *Managment Science* **22,** 652-663.