Doble suspensión de bolas de homología

Por A. QUINTERO

Recibido: 8 mayo 1983

Presentado por el académico correspondiente D. Antonio Castro Brzezicki

Resumen

Extendemos los teoremas de doble suspensión de Edwards y Cannon (ver [1] y [4]) a ciertas bolas de homología simplemente conexas. Como consecuencia, damos una caracterización de las variedades de homología con borde que son variedades topológicas. Estos resultados corrigen los presentados en [9].

Abstract.

We extend the double suspensión theorem of Edwards and Cannon ([1] and]4](to certain class of homology balls. As a consecuence, we give a characterization theorem for the homology manifolds which are topological manifolds. These results correct Theorem 1 and Theorem 4 of [9].

1. INTRODUCCION

En este trabajo utilizaremos los conceptos y notaciones habituales de la Topología Poliedral (ver [12] para una referencia general). Así, por Σ^n- denotaremos la n-ésima suspensión, $\mathring{c}(-)$ será el cono abierto, $\mathring{st}(-)$ la estrella abierta, $lk(-)$ el "link" o engarce, $|X|$ el poliedro subyacente al complejo simplicial K, etc.

Por $\mathbb{R}^n$, S^n y B^n representaremos el espacio euclídeo, la esfera y la bola canónicos de dimensión n.

Una variedad topológica (TOP—variedad) de dimensión n será un espacio topológico metrizable y separable en el que cada punto tiene un entorno abierto U que admite una inmersión abierta f: $U \to \mathbb{R}^n_+$, donde $\mathbb{R}^n_+$ es el semiespacio $\{(x_1, x_2,.., x_n) \in \mathbb{R}^n ; x_n \geqslant 0\}$.Una esfera (bola) topológica es un espacio homeomorfo a S^n (B^n respectivamente).

En todo lo que sigue la homología utilizada $H_*(-)$ será la homología singular con coeficientes en el anillo de los número enteros. Por $\widetilde{H}_*(-)$ denotamos la correspondiente homología reducida.

Una variedad de homología (HML—variedad) de dimensión n es un poliedro euclídeo n—dimensional M cuya homología local es la del semiespacio $\mathbb{R}^n_+$.

Se llama borde de M al conjunto

$$\partial M = \{x \in M;\ H^*(M, M-x) = 0\}$$

(para más detalles ver [10]).

Una n–esfera de homología es una HML–variedad sin borde y compacta con la homología de S^n. Análogamente una n–bola de homología es una HML–variedad compacta D^n tal que $\widetilde{H}^*(D^n) = 0$. Si $M = |K|$ es una HML-variedad se puede probar que, para $\sigma \in K$, $\mathrm{lk}(\sigma; K)$ es esfera o bola de homología y que

$$\partial M = \cup\{\sigma \in K; \widetilde{H}_*(\mathrm{lk}(\sigma; K)) = 0.\}$$

Edwards y Cannon ([1] y [4]) demostraron el siguiente teorema de doble suspensión:

Teorema I

Si H^n es una n–esfera de homología, $\Sigma^2 H^n$ es una (n + 2)–esfera topológica.

Apoyándose en el teorema anterior, los mismos autores obtienen la siguiente caracterización:

Teorema II

Una HML–variedad sin borde $M = |K|$, $\dim M \geqslant 5$, es TOP–variedad si y sólo si para todod vértice $v \in K$, $\mathrm{lk}(v; K)$ es simplemente conexo.

En este trabajo extendemos el teorema de doble suspensión a ciertas bolas de homología (Teoremas A y B) lo que nos permite dar una caracterización de las HML–variedades con borde que son TOP-variedades (Teorema C). Estos resultados corrigen los Teoremas 1 y 4 de [9].

2. SUSPENSIONES DE BOLAS DE HOMOLOGIA

1.1 *Definición:* Una inmersión topológica f: $S^{n-1} \to \mathbb{R}^n$ se dice plana si existe un homeomorfismo h: $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ tal que $h_0 f$ es la inclusión natural.

Una inmersión f: $S^{n-1} \to \mathbb{R}^n$ se dice localmente simplemente co–conexa (1–LCC) en $x \in \Gamma = f(S^{n-1})$ si para todo $\epsilon > 0$ existe un $\delta > 0$ tal que toda aplicación de S^1 en $(\mathbb{R}^n - \Gamma) \cap B(x; \delta)$ se extiende a una aplicación de B^2 en $(\mathbb{R}^n - \Gamma) \cap B(x; \epsilon)$.

Teorema III

Si f: $S^{n-1} \to \mathbb{R}^n$ $(n \geqslant 5)$ es una inmersión 1–LCC en cada punto de $f(S^{n-1})$ entonces f es plana.

Demostración: Es una consecuencia inmediata de 3*A*.2 y 3B.1 de [3].

Teorema A. Si $D^n = |K|$ es una bola $n-$ bola de homología simplemente conexa y cuyo borde admite collar entonces $\Sigma^2 D^n$ es una bola topológica.

Demostración. Una fácil aplicación del teorema de Van Kampen y de la sucesión de Mayer–Vietoris prueba que el pegamiento.

$$W = c(\Sigma^2 \partial D^n) \cup \Sigma^2 D^n$$

es una $(n + 2)$–esfera de homología simplemente conexa.

Por el teorema de Hurewicz se sigue que W es del mismo tipo de homotopía que S^{n+2}. Aplicando el Teorema II ($n \geqslant 3$, si $n \leqslant 2$ no hay nada que probar) se deduce que W es una TOP–variedad, por lo que, de acuerdo con la solución afirmativa de la Conjetura de Poincaré, W es homeomorfa a S^{n+2}.

Por otro lado, del Teorema I se deduce que $\Sigma^2 \partial D^n$ es homeomorfa a S^{n+1}. En esta situación, para aplicar el Teorema III a la inmersión $\Sigma^2 \partial D^n \to W$ sólo queda ver que $\Sigma^2 \partial D^n$ es 1–LCC. Es obvio que este espacio es 1–LCC en la parte de W correspondiente al cono. Queda así que probar que $\Sigma^2 \partial D^n$ es 1–LCC en $\Sigma^2 D^n$.

Para ello, sea $x \in \Sigma^2 \partial D^n$. La existencia de collar nos permite asegurar que si $x \notin \Sigma^2$ entonces $\Sigma^2 \partial D^n$ es 1–LCC en x. Sea entonces $x \in \Sigma^2$ y U un entorno cualquiera de x en $\Sigma^2 D^n$; subdividiendo adecuadamente $\Sigma^2 K$ obtenemos una triangulación J de $\Sigma^2 D^n$ de manera que

$$c(\Sigma^1 D^n) \cong c(\mathrm{lk}(x; J)) = \mathrm{st}(x; J) \leqslant U$$

Puesto que ∂D^n admite collar, D^n tiene el mismo tipo de homotopía que $\mathring{D}^n = D^n - \partial D^n$ y por tanto $\pi_1(\mathring{D}^n) = 1$. En particular,

$$\mathrm{st}(x; J) - \mathrm{st}(x; \partial J) \cong (\mathrm{lk}(x;J) - \mathrm{lk}(x; \partial J)) \times \mathbb{R} \cong \mathring{D}^n \times \mathbb{R}^2$$

es simplemente conexo y por ello todo lazo en $\mathrm{st}(x; J) - \mathrm{st}(x; \partial J)$ se contrae en U. Hemos probado así que $\Sigma^2 \partial D^n$ es 1–LCC en $\Sigma^2 D^n$. Podemos aplicar el Teorema III a nuestra situación y concluimos que $\Sigma^2 D^n$ es homeomorfa a B^{n+2}.

Teorema B. Si D^n ($n \geqslant 5$) es una n-bola de homología simplemente conexa tal que ∂D^n es simplemente conexo y admite collar en D^n entonces $\Sigma^1 D^n$es una bola topológica.

Demostración. Con las nuevas hipótesis se puede hacer la misma construcción que en la demostración del Teorema A para una suspensión.

1.2 *Nota*. Observamos que el Teorema A no es cierto en general:

a) Si G_n ($n \geqslant 4$) es una n–variedad de Glaser (ver [6]) y $\Delta^{n-1} \longrightarrow \partial G_n$

es una PL-bola, $D^{n-1} = \partial G_n - \mathring{\Delta}^{n-1}$ es una bola de homología no simplemente conexa cuyo borde admite collar (de hecho es PL–variedad) pero $\Sigma^2 D^{n-1}$ no es una bola topológica, pues de serlo

$$\Sigma^2 D^{n-1} - \Sigma^2 \partial D^{n-1} \cong (\partial G_n - \Delta^{n-1}) \times \mathbb{R}^2$$

sería homeomorfo a $\mathbb{R}^{n+1}$ y en particular $\pi_1(\partial G_n - \Delta^{n-1})$ sería nulo contradiciendo el hecho de que $\pi_1(\partial G_n) \neq 1$. La bola D^{n-1} es un contraejemplo al Teorema 1 de [9].

b) Sea ahora $V = c(D^{n-1})$ donde D^{n-1} está definido en la parte *a*). entonces V es una bola de homología contráctil tal que ∂V no admite collar ya que el doble de V no es TOP–variedad en el punto "c" de acuerdo con el Teorema II.

Si $\Sigma^2 V$ fuese homeomorfa a B^{n+2} entonces

$$\Sigma^2 V - \Sigma^2 \partial V \cong (\partial G_n - \Delta^{n-1}) \times \mathbb{R}^3$$

sería homeomorfo a $\mathbb{R}^{n+1}$ y, en particular, $\partial G_n - \Delta^{n-1}$ sería simplemente conexo que, de nuevo, nos lleva a una contradicción.

2. CARACTERIZACION DE LAS HML–VARIEDADES CON BORDE QUE SON TOP–VARIEDADES.

2.1 *Proposición.* Sea D^n una bola de homología. Entonces $\Sigma^m D^n$ es una bola topológica ($n + m \geqslant 6$, $m \geqslant 1$) si y sólo si $\mathring{c}(D^n) \times \mathbb{R}^{m-1}$ es TOP–variedad.

Demostración. Es fácil observar que los poliedros $\Sigma^m D^n$ y $\mathring{c}(D^n) \times \mathbb{R}^{m-1}$ tienen los mismos engarces por lo que las estrellas abiertas de uno serán TOP–variedades si y sólo si lo son los del otro. Queda por ver que si $\Sigma^m D^n$ es TOP–variedad entonces es una bola topológica. En el caso de ser $\Sigma^m D^n$ TOP–variedad $\Sigma^m \partial D^n$ es una esfera topológica de acuerdo con la solución positiva de la Conjetura de Poincaré, y ahora sigue del siguiente teorema:

Teorema IV (3.1. de [8]).

Sea M una n–esfera de homología que es TOP–variedad. Si $n \geqslant 5$, M acota una única TOP-variedad contráctil.

2.2 *Proposición.* Sea $M = |K|$ una HML–variedad con borde de dimensión m. Entonces $M \times \mathbb{R}^{n-m}$ ($n \geqslant 6$) es TOP–variedad si y sólo si Σ^{n-k+1} lk(σ; K) es una bola o esfera topológica para todo ($n - k$)–símplice $\sigma \in K$.

Demostración. $M \times \mathbb{R}^{n-m}$ es TOP–variedad si y sólo si

$$\mathring{\mathrm{st}}\,(x; K) \times \mathbb{R}^{n-m} = \mathring{c}(\Sigma^{m-k}\mathrm{lk}(\sigma^{m-k}; K)) \times \mathbb{R}^{n-m}$$

es localmente euclídeo para todo $x \in \mathring{\sigma}^{m-k}$.

Si $\mathrm{lk}(\sigma^{m-k}; K)$ es esfera de homología no hay nada que probar después del Teorema I. Si $\mathrm{lk}(\sigma^{m-k}; K)$ es bola de homología se sigue de 2.1 que $\mathring{\mathrm{st}}(x; K) \times \mathbb{R}^{n-m}$ es localmente euclídeo si y sólo si $\Sigma^{n-k+1}\mathrm{lk}(\sigma^{m-k}; K)$ es bola topológica.

2.3 *Proposición.* Sea D^n una bola de homología tal que $\mathring{D}^n = D^n - \partial D^n$ es simplemente conexo. Si $m \geqslant 2$, $D^n \times \mathbb{R}^m$ es TOP-variedad si sólo si $\Sigma^m D^n$ es bola topológica.

Demostración. Si $\Sigma^n D^n$ es bola topológica, el abierto $\Sigma^m D^n - \Sigma^m \cong D^n \times \mathbb{R}^m$ es TOP-variedad.

La demostración del recíproco es análoga a la del Teorema *A*, sólo que ahora el ser $\Sigma^m D^n$ 1–LCC en los puntos $x \notin \Sigma^m$ viene garantizado por el hecho de que $D^n \times \mathbb{R}^m$ es TOP-variedad.

2.4 *Proposición.* Si D^n es una bola de homología $(n \geqslant 5)$ tal que $\mathring{D}^n = D^n - \partial D^n$ y ∂D^n son simplemente conexos entonces $\Sigma^1 D^n$ es bola topológica si y sólo si $D^n \times \mathbb{R}$ es TOP–variedad.

Demostración. Si $\Sigma^1 D^n$ es bola topológica, el abierto $\Sigma^1 D^n - \Sigma^1 \cong D^n \times \mathbb{R}$ es TOP–variedad.

La demostración del recíproco es análoga a la del Teorema *B* con la variación introducida en la demostración de 2.3.

2.5 *Nota.* *a*) La bola de homología D^n definida en 1.2*a*) es un ejemplo de bola de homología tal que ∂D^n es simplemente conexo, el producto $D^n \times \mathbb{R}$ es TOP–variedad pero $\Sigma^1 D^n$ no es bola topológica.

b) Obsérvese que si H^n $(n \geqslant 4)$ es una esfera de homología simplemente conexa, el Teorema II y la solución positiva de la Conjetura de Poincaré implican que $\Sigma^1 H^n$ es esfera topológica.

Teorema C. Sea $M = |K|$ una HML–variedad con borde, dim $M \geqslant 6$. Entonces M es TOP–variedad si y solo si

a) Para todo vértice $v \in K - \partial K$, $\pi_1(\mathrm{lk}(v; K)) = 1$.
b) Para todo vértice $\omega \in \partial K$, $\pi_1(\mathrm{lk}(\omega; \partial K)) = 1$.
c) Para todo símplice $\sigma \in \partial K$, $\pi_1(\mathring{\mathrm{lk}}(\sigma; K)) = 1$, donde $\mathring{\mathrm{lk}}(\sigma; K) = \mathrm{lk}(\sigma; K) - \mathrm{lk}(\sigma; \partial K)$.

Demostración. Si M es TOP-variedad, por 2.2 con $n = m = k$ se tiene que $\Sigma^1\,\mathrm{lk}(v; K)$ es homeomorfo a S^n ó a B^n para todo vértice $v \in K$. Si

$v \in K - \partial K$ estamos en el caso de la esfera topológica y por tanto $\mathrm{lk}(v; K)$ es simplemente conexo. Se tiene así a).

Si $v \in \partial K$, $\Sigma^1 \mathrm{lk}(v; K)$ es la bola topológica por lo que $\partial\Sigma^1 \mathrm{lk}(v; K) = \Sigma^1 \mathrm{lk}(v; \partial K)$ es homeomorfo a S^n y $\mathrm{lk}(v; \partial K)$es simplemente conexo. Tenemos probado b).

Para demostrar c),supongamos que existe un simplice $\sigma^m \in \partial K$ tal que $\mathring{\mathrm{l}}\mathrm{k}(\sigma; K)$ no es simplemente conexo. Dado $x \in \mathring{\sigma}$, la existencia de collar para ∂M asegura que ∂M es 1–LCC en x. Existe pues un entorno, U, de x en M tal que todo lazo en $U - \partial M$ se contrae en

$$\mathring{\mathrm{s}}\mathrm{t}(x; K) - \partial M = \mathring{\mathrm{s}}\mathrm{t}(x; K) - \mathring{\mathrm{s}}\mathrm{t}(x; \partial K) = \mathring{\mathrm{l}}\mathrm{k}(\sigma; K) \times \mathbb{R}^m \times (0,1)$$

Ahora bien, dado U es posible encontrar $t_0 \in (0,1)$ tal que el conjunto

$$A = \{y \in \mathring{\mathrm{s}}\mathrm{t}(x; K);\ y = (1-t)x + \mathrm{t}z,\ 0 \leqslant t \leqslant t_0, z \in \mathrm{lk}(x, K)\}$$

esté contenido en U. Se tiene entonces, por un lado que las inclusiones

$$\mathrm{lk}(x; K) \times \{t_0\} \longrightarrow A - \mathring{\mathrm{s}}\mathrm{t}(x; \partial K) \longrightarrow \mathring{\mathrm{s}}\mathrm{t}(x; K) - \mathring{\mathrm{s}}\mathrm{t}(x; \partial K)$$

son equivalencias de homotopía. Y por otro lado, todo lazo en $A - \mathring{\mathrm{s}}\mathrm{t}(x; \partial K)$ se contrae en

$$U - \mathring{\mathrm{s}}\mathrm{t}(x; \partial K) \subseteq \mathring{\mathrm{s}}\mathrm{t}(x; K) - \mathring{\mathrm{s}}\mathrm{t}(x; \partial K)$$

Se llega así a una contradicción con el hecho de no ser $\mathring{\mathrm{l}}\mathrm{k}(\sigma; K)$ simplemente conexo. Queda probado c).

Recíprocamente, supongamos que se verifican las condiciones a), b), y c). Para probar que M es TOP–variedad bastará ver que la estrella abierta de cada vértice es localmente euclídea. Sea $v \in K$ un vértice cualquiera. Si $v \in K - \partial K$ entonces $\mathrm{lk}(v; K)$ es esfera de homología simplemente conexa y por 2.5b) $\Sigma^1 \mathrm{lk}(v; K)$ es homeomorfo a S^n y $\mathring{c}(\mathrm{lk}(vK)) = \mathrm{st}(v; K)$ es un abierto localmente euclídeo.

Queda por estudiar el caso $v \in \partial K$. En este caso se probará algo más general, concretamente se verá que

$$\mathring{\mathrm{s}}\mathrm{t}(\sigma^{n-r}; K) \times \mathbb{R}^{n-r} = \mathring{c}(\mathrm{lk}(\sigma^{n-r})) \times \mathbb{R}^{n-r}$$

es localmente euclídeo para todo símplice $\sigma^{n-r} \in \partial K$.

Para $r \leqslant 3$ no hay nada que probar pues $\mathrm{lk}(\sigma^{n-r}; K)$ es la correspondiente PL-bola.

$r = 4$.– La dimensión de $\mathrm{lk}(\sigma^{n-r}; K)$ es 3 y por el Teorema A se sigue que $\Sigma^{n-r+1} \mathrm{lk}(\sigma^{n-r}; K)$ es una bola topológica y por 2.1 $\mathring{c}(\mathrm{lk}(\sigma^{n-r}; K)) \times \mathbb{R}^{n-r}$ es localmente euclídeo.

$r = 5$.– Ahora la dimensión de $\mathrm{lk}(\sigma^{n-r}; K)$ es 4 y para todo $(4-k)$–símplice $(1 \leqslant k \leqslant 4)$ $\mu \in \mathrm{lk}(\sigma^{n-r}; K)$ se tiene $\dim \mathrm{lk}(\mu\sigma^{n-r}; K) \leqslant 3$ y por los casos anteriores

$$\Sigma^{n-k+1}\mathrm{lk}(\mu\sigma^{n-r};K)=\Sigma^{n-k+1}\mathrm{lk}(\mu;\mathrm{lk}(\sigma^{n-r};K))$$

es una esfera o bola topológica $(n-k+1\geqslant 3)$.

Aplicando 2.2 con $M=\mathrm{lk}(\sigma^{n-r};K)$ se llega a que $\mathrm{lk}(\sigma^{n-r},K)\times\mathbb{R}^{n-4}$ es TOP–variedad. De acuerdo con la condición c) y por 2,3 se tiene que $\Sigma^{n-4}\mathrm{lk}(\sigma^{n-r};K)$ es homeomorfo a B^n. Por 2.1 se concluye que

$\mathring{c}(\mathrm{lk}(\sigma^{n-r};K))\times\mathbb{R}^{n-r}$ es TOP–variedad.

$r=6$, $n=6$.– En este caso σ^{n-r} es un vértice de ∂K y dim $\mathrm{lk}(\sigma^{n-r},K)=5$. Sea μ un $(5-k)$–símplice cualquiera de $\mathrm{lk}(\sigma^{n-r};K)$ $(1\leqslant k\leqslant 5)$. Por los casos anteriores se sigue que

$$\Sigma^{n-k+1}\mathrm{lk}(\mu;\mathrm{lk}(\sigma^{n-r};K))=\Sigma^{n-k+1}\mathrm{lk}(\mu\sigma^{n-r};K)$$

es homeomorfo a S^n ó B^n ya que dim $\mathrm{lk}(\mu\sigma^{n-r};K)\leqslant 4$. De nuevo por 2.2 con $M=\mathrm{lk}(\sigma^{n-r};K)$ se tiene que $\mathrm{lk}(\sigma^{n-r};K)\times\mathbb{R}^{n-5}$ es TOP variedad. Ahora por 2.4 junto con las condiciones c) y b) se implica que $\Sigma^1\mathrm{lk}(\sigma^{n-r};K)$ es localmente euclídeo.

$r=6$, $n>6$.– Igual que en el caso $r=5$ se tiene que $\mathrm{lk}(\sigma^{n-r},K)\times\mathbb{R}^{n-5}$ es TOP–variedad, y de nuevo por 2.3 y la condición c) se deduce $\Sigma^{n-5}\mathrm{lk}(\sigma^{n-r};K)$ es TOP–variedad.

$r>6$.– Hagamos la siguiente hipótesis de inducción:

Supongamos que $\mathrm{lk}(\sigma^{n-p};K)\times\mathbb{R}^{n-p+1}$ es TOP–variedad para $6\leqslant p<r$ ($p=6$ es el caso anterior). Sea $\sigma^{n-r}\in\partial K$ y $\mu\in\mathrm{lk}(\sigma^{n-r},K)$ un $(r-q-1)$símplice $(1\leqslant q\leqslant r-1)$.

Entonces

$$\mathrm{lk}(\mu,\mathrm{lk}(\sigma^{n-r};K))\times\mathbb{R}^{n-q+1}=\mathrm{lk}(\mu\sigma^{n-r};K)\times\mathbb{R}^{n-q+1}$$

es TOP–variedad por la hipótesis de inducción. Por la condición c) y 2.3 o por el Teorema I se tiene que $\Sigma^{n-q+1}\mathrm{lk}(\mu\sigma^{n-r};K)$ es una esfera o bola topológica. De 2.2 con $M=\mathrm{lk}(\sigma^{n-r};K)$ se sigue que $\mathrm{lk}(\sigma^{n-r};K)\times\mathbb{R}^{n-r+1}$ es TOP–variedad. LLegado este punto se razona como en el caso $r=6$, $n=6$ si $n=r$ ó como en el caso $r=6$, $n>6$ si $n>r$.

Se tiene probado que M es TOP–variedad.

2.6 *Nota a*) En lo que sigue damos un contraejemplo al Teorema 4 de[9].

Sea $V=\Sigma^2D^{n-2}$, $n\geqslant 8$, donde D^{n-2} es la bola de homología del ejemplo 1.2*a*). Entonces V es una n-bola de homología que no es TOP–variedad ya que V es simplemente conexa y $V-\partial V\cong(D^{n-2}-\partial D^{n-2})\times\mathbb{R}^2$ no lo es.

Por otro lado, si K es una triangulación de D^{n-2}, los engarces de los vértices de $J=\Sigma^2K$, tanto en J como en ∂J, son simplemente conexos.Además, dado un $(n-6)$–símplice $\sigma \in \partial J$, σ debe ser el "join" $\sigma^1 \sigma_2$ de símplices $\sigma_1 \in \Sigma^2$ y $\sigma_2 \in K$ con $\sigma_2 \neq \phi$ ya que $n \geqslant 8$. La conocida fórmula $\mathrm{lk}(\sigma; J) = \mathrm{lk}(\sigma_1; \Sigma^2)*\mathrm{lk}(\sigma_2; K)$ nos dice que $\mathrm{lk}(\sigma; J)$ es siempre una PL–bola, y en particular $\Sigma^{n-5}\,\mathrm{lk}(\sigma; J)$ es una bola topológica.

V Cumple así las condiciones *a*) y *b*) del Teorema 4 de [9] sin ser TOP-variedad.

b) En el ejemplo anterior el interior del engarce de un 1–símplice de Σ^2 es $D^{n-2} - \partial D^{n-2}$ que no es simplemente conexo. Se tiene entonces que $\Sigma^2 D^{n-2}$ cumple las condiciones *a*) y *b*) pero no la *c*) del Teorema *C*.

BIBLIOGRAFIA

[1] CANNON, J. W.: (1978) "The recognition problem: What is a topological manifold?". *Bull. A. M. S.* 84 pp. 832-866.

[2] CANNON, J. W.: (1979) "Shrinking cell-like decompositionss of manifolds. Codimension three". *Ann. of. Math.* 110 pp.83-112.

[3] DAVERMAN R. J.: (1978) "Embeddings of (n – 1)spheres in euclidean n-spaces". *Bull.A. M. S.* 84 pp. 377-405.

[4] EDWARDS R. S. (1978) "The topology of manifolds and cell-like maps", *Proc. of I. C. M.* Helsinki 1978 pp. 111–127.

[5] GALEWSKI, D. E, STERN R. J.: (1980) "Classification of simplicial triangulations of topological manifolds". *Ann. of Math.* 110 pp. 1–34.

[6] GLASER L.: (1967) "Uncountably many contractible open manifolds". *Topology* 6 pp. 37-42.

[7] SCHARLEMAN M. G.: (1979) "Eight faces of the Poincaré homology 3-sphere". *Proc. of the Georgia Topology Conference, 1977. Academic Press 1979.*

[8] PRICE T. M.: (1971) "Compact contractible n-manifolds and their boundaries". *Michigan Math. J* 18 pp. 331-341'

[9] QUINTERO, A.: (1982) "Relación entre las variedades de homología y las variedades topológicas con borde".IX Jornadas Hispano-Lusas de Matemáticas.Pub. Univ. Salamanca.

[10] SATO H. (1972 "Constructing manifolds by homotopy equivalences I. An obstruction to constructing PL–manifolds from homology manifolds". *Ann. Inst. Fourier* 22 pp. 271-286.

[11] SIEBENMANN, L. C.: (1970) "Are nontriangulable manifolds triangulable?"*Proc. of the Georgia Topology Conference 1969. Markhan 1970.*

[12] STALLINS J. R. (1968) Lectures on Polyhedral Topology. Tata Institute. Bombay.