

# *Intento de formalización de un nivel superior de adaptación en una clase de sistemas cibernéticos (\*)*

Por DARIÓ MARAVALL GÓMEZ-ALLENDE

## **Resumen**

Se propone la formalización de sistemas cibernéticos adaptativos de estado finito. Como ilustración de la formalización se describen muy superficialmente tres problemas en áreas relativamente separadas en las que ha trabajado el autor: detección de señales binarias, control de centrales telefónicas y procesamiento de señales de radar y que le han conducido a un tipo común de sistema adaptivo. Por último, unos resultados ya clásicos del filtrado adaptivo de Kalman se sitúan dentro de la formalización propuesta. La opinión del autor es que esta simbiosis entre métodos continuos y discretos está por desarrollar en ingeniería de control y en procesado de señales.

## **Abstract**

A formalization of finite-state cybernetic systems with probabilistic adaptation is proposed. To illustrate this formalization, three problems belonging to different areas in which the author has been working: binary signal detection, telephone network control and radar signal processing, are very briefly described. Finally, some classical results in adaptive Kalman filtering are redefined within the above-mentioned formalization. It is the author's opinion that this kind of symbiosis between continuous and discrete methods in control and signal processing systems will be very common in the near future.

## **1. INTRODUCCION**

Esta comunicación pretende esbozar una formalización del modelado y estudio de ciertos sistemas cibernéticos, de cuyas particularidades se tratará más adelante, sobre los cuales ha venido trabajando el autor en los últimos seis años.

Las investigaciones que han inspirado este intento de formalización, aún moviéndose en áreas relativamente diferenciadas: detección de señales binarias, control de centrales telefónicas, filtrado de señales de radar, etc., nos han conducido a un tipo común de modelo matemático.

## **2. EL TIPO DE SISTEMA CIBERNETICO AQUI CONSIDERADO**

Desde que tomamos contacto con la Cibernética durante la realización e nuestra tesis doctoral, bajo la dirección del profesor Santesmases, pudimos

---

(\*) Presentada en la sesión científica del 7 de marzo de 1984

comprobar que a pesar de la enorme amplitud de las áreas abarcadas por la Cibernética, en la acepción primitiva de los años cuarenta, existía en realidad un número reducido de conceptos básicos.

Esto nos parece particularmente cierto para el caso de una importantísima rama de la Cibernética: los sistemas adaptivos, de aprendizaje y autoorganizados (denominaciones muy semejantes, aun cuando se ha intentado diferenciarlas [1]). La utilización de uno u otro de estos términos no depende tanto del sistema en estudio como del autor.

En general, la denominación de sistema adaptivo se emplea para designar un sistema formalizado matemáticamente en el que se modifican parámetros y variables internas en función de un objetivo y ante la acción de perturbaciones exteriores. El término de sistema de aprendizaje suele asociarse a una clase de sistemas adaptivos basados en el modelo conductista de aprendizaje probabilístico por reforzamiento [2]. La denominación de sistema autoorganizado es poco frecuente y parece connotar una idea muy criticada: la autonomía o independencia del sistema respecto a su diseñador.

Por supuesto, lo anterior no es más que un brevísimos comentario de tipo semántico sobre un área de la Cibernética en constante ebullición, hecho como preámbulo al diagrama de bloques de un sistema adaptivo (denominación que consideramos más apropiada para el tipo general de sistema cibernético que constituye el tema de este trabajo), que se recoge en la figura 1.

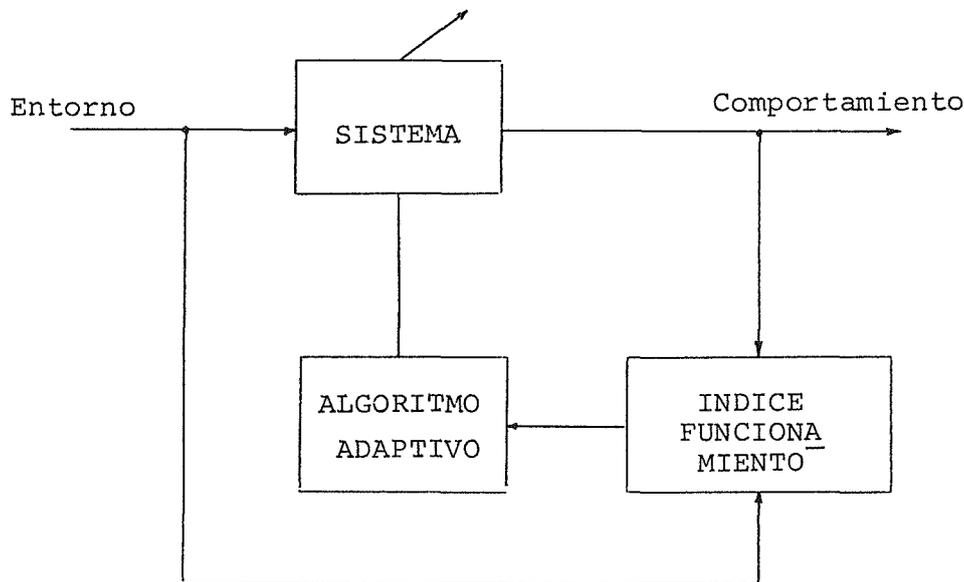


FIG. 1. Esquema de bloques de un sistema cibernético adaptivo.

Esta figura es autoexplicativa. Un algoritmo de adaptación (o de aprendizaje, si el algoritmo es de refuerzo) actúa sobre la estructura interna del sistema propiamente dicho, dependiendo de un índice de funcionamiento que,

hablando grosso modo, compara el comportamiento del sistema con las señales del entorno.

Este diagrama de bloques es tan general que permite modelar desde sencillos sistemas de realimentación hasta sofisticados sistemas de reconocimiento de formas visuales, pasando por dispositivos tan comercializados como los modems de las redes de comunicación. En este sentido, nos atreveríamos a considerarlo como la representación simbólica de un sistema cibernético, en su acepción general.

### 3. TRES EJEMPLOS DE SISTEMAS ADAPTIVOS

Volviendo a lo que escribimos en la introducción, es decir, a nuestra experiencia personal en varias áreas de la Cibernética, que nos ha conducido a modelos idénticos para problemas distintos, pasamos a describir tres ejemplos de investigaciones que nos inspiraron el paso de un tipo de comportamiento adaptivo a otro que nos atrevemos a calificar de superior y ello por dos razones. En primer lugar, porque proporciona mejores resultados, particularmente en lo que se refiere a la robustez frente a entornos ruidosos y, además, porque se trata de un proceso de adaptación embebido en otro (este último, el de nivel inferior).

#### 3.1. Detección de señales binarias

Este problema se ha estudiado extensamente en sistemas digitales de comunicación. Normalmente se establece un modelo estadístico del canal de comunicación, a partir del cual se diseña un detector óptimo (si el canal es estacionario, el detector no es adaptivo; si el canal es no estacionario, el detector sería adaptivo, en el sentido que definimos antes). Sin embargo, cuando el comportamiento del canal no está modelado, aparece un problema de adaptación más compleja.

Una solución clásica a este problema se debe a Sklansky, y consiste en definir dentro del detector (concretamente en el recortador de tensión) un conjunto finito de alternativas (tensiones de umbral del recortador), que se van eligiendo *determinísticamente* a partir del comportamiento *estocástico* (debido a la acción del canal de comunicación) del detector.

Introduciendo un vector de probabilidades sobre las alternativas (aquí las tensiones de umbral) del sistema, y variando estas probabilidades en función del índice de comportamiento, según el principio conductista de premio/castigo, se pasaría de un sistema adaptivo determinista a otro probabilista. Este paso es la esencia y la justificación de esta comunicación.

No insistimos más sobre este problema de detección de señales binarias, que forma parte como un caso particular de la disciplina que en la literatura anglosajona se conoce con el nombre de «pattern recognition», puesto que lo hemos desarrollado en otras publicaciones, por ejemplo en [3].

### 3.2. Asignación de recursos en sistemas descentralizados

En [4] presentamos unos resultados de estudios de optimización de la asignación de recursos (procesadores de llamadas) en una central telefónica. La solución propuesta está basada en un procedimiento idéntico al seguido para optimizar el detector binario.

En la asignación de recursos de la central telefónica (y en general en sistemas de control distribuido con colas de servicio) se busca optimizar dos parámetros opuestos: *a*) el tiempo de espera de servicio, y *b*) el tiempo de procesamiento útil del sistema de control. Debido a la enorme incertidumbre del conjunto entorno-sistema de control, el índice de comportamiento no admite una expresión matemática analítica. De hecho, la única observación o medida que permite este índice es del tipo mejora/empeoramiento.

Teniendo en cuenta estas limitaciones (para más detalles, consultar [4]), lo que hicimos fue establecer un conjunto finito de tiempos «candidatos» a tiempo óptimo y aplicar un proceso de adaptación determinístico de conmutación entre tiempos, en función de la mejora/empeoramiento del índice de comportamiento. Puede deducirse la coincidencia de este modelo con el detector adaptivo de Sklansky.

El nivel superior de adaptación consistiría en la introducción de unas probabilidades de elección de los tiempos de procesamiento y de un algoritmo de cambio de las probabilidades, dependiendo del índice de comportamiento. Se pasa de esta forma de un proceso simple de aprendizaje (adaptación conductista o por reforzamiento) determinístico de los tiempos de procesamiento a un aprendizaje probabilístico que guía la elección de estos tiempos.

### 3.3. El filtro LMS autosecuencial

El tercer ejemplo de un nivel superior de adaptación está relacionado con uno de los filtros adaptivos más populares, el filtro LMS (del inglés «Least Mean Squares») de Widrow-Hoff, primitivamente propuesto como una red neuronal de aprendizaje (finales de los años cincuenta), para constituir años después la base de los populares modem y de los canceladores de ruido en líneas telefónicas, amén de otras aplicaciones diversas.

Recientemente, el mismo Widrow ha extendido la aplicación de su filtro a medios no estacionarios [5], para lo cual propone un banco de filtros LMS, cada uno de ellos sintonizado con una estacionariedad del medio. La conmutación de un filtro a otro, para Widrow-Ferrara, se realiza por supervisión exterior determinística y conocida (esto es, se conmuta en instantes prefijados).

En una reciente publicación [6] esbozábamos una solución más general que la de Widrow-Ferrara, y que denominábamos filtro LMS autosecuencial, consistente en abandonar la condición de conmutación en instantes prefijados (que exige un modelado muy riguroso del medio o entorno) para conmutar con un algoritmo adaptivo de tipo probabilístico.

Se ve, pues, que si definimos cada filtro LMS como un estado de un autómeta, lo que hacíamos en [6] era la misma operación que la llevada a cabo con el detector de señales binarias y con el distribuidor de recursos en la central telefónica.

#### 4. FORMALIZACION DEL NIVEL SUPERIOR DE ADAPTACION

Estamos ya en condiciones de formalizar lo que puede considerarse un nivel de comportamiento más complejo en ciertos sistemas adaptivos de estado finito actuando en un medio estocástico, SEFME. Definimos un SEFME como la séxtupla:

$$\text{SEFME} = \langle E, \phi, S, g, f, I \rangle \quad [1]$$

en donde  $E$ ,  $\phi$  y  $S$  son los conjuntos, finitos, de entradas, estados y salidas, respectivamente, del SEFME.

La función  $g$  es una aplicación del tipo:  $\phi \rightarrow S$ . Es decir, asocia estados con salidas. En general, es estocástica.

$I$  es el índice de comportamiento o funcionamiento, sobre el que influye el medio estocástico. Este índice, como mínimo, es cuantificable y observable. En ocasiones, su expresión matemática es conocida.

Por último,  $f$  es la aplicación:  $F(S, I) \rightarrow \phi$ , en donde  $F(-, -)$  es una función de la actual salida y del índice de comportamiento.

Es fácil adaptar la séxtupla [1] al diagrama de bloques de la figura 1.

El nivel superior de adaptación consistiría en establecer un vector de probabilidades definidas sobre el conjunto de estados del SEFME, lo que daría lugar a un sistema probabilístico de estado finito en un medio estocástico:

$$\text{SPEFME} = \langle E, \phi, S, g, \bar{P}, I, A \rangle \quad [2]$$

En donde  $E$ ,  $\phi$ ,  $S$ ,  $g$  e  $I$  conservan el carácter que se les dio en [1].

$\bar{P}$  es un vector probabilístico en el que sus componentes son las probabilidades asociadas a la elección de cada estado del sistema.

$A$  simboliza una ecuación vectorial en diferencias finitas con coeficientes aleatorios, cuyas variables son las probabilidades del vector  $\bar{P}$ :

$$A[\bar{P}(t + 1), \bar{P}(t), I] = \bar{0} \quad [3]$$

Este tipo de ecuaciones ha generado una literatura técnica abundantísima en la ingeniería cibernética, particularmente desde los años sesenta. La denominación más empleada es la de algoritmos estocásticos recursivos. En la teoría de autómatas se utiliza el término de algoritmos de reforzamiento o de aprendizaje. En [7] puede analizarse la estrecha relación que existe entre los algoritmos recursivos, propios de la ingeniería de control y del procesamiento de señales (incluyendo las máquinas de aprendizaje), y los algoritmos de reforzamiento de los autómatas de aprendizaje.

Precisamente para ilustrar esta conexión y con el fin de englobar dentro de la formalización aquí propuesta un área aparentemente apartada de la teoría de sistemas de estados finitos, cual es el filtro de Kalman, pasamos a comentar muy brevemente un resultado ya clásico en estimación de señales inmersas en ruido.

## 5. EL FILTRO ADAPTIVO DE KALMAN

En 1965, cinco años después que Kalman y colaboradores hubiesen propuesto y desarrollado el hoy ya clásico filtro para sistemas dinámicos de variables de estado, Magill publicaba una variante del filtro de Kalman para la estimación de un parámetro desconocido [8], inaugurando una innumerable serie de publicaciones teóricas y aplicadas, que han dado lugar a un área del filtrado de señales con entidad propia y para la que se han propuesto diferentes denominaciones [9], todas ellas con el denominador común del término adaptación.

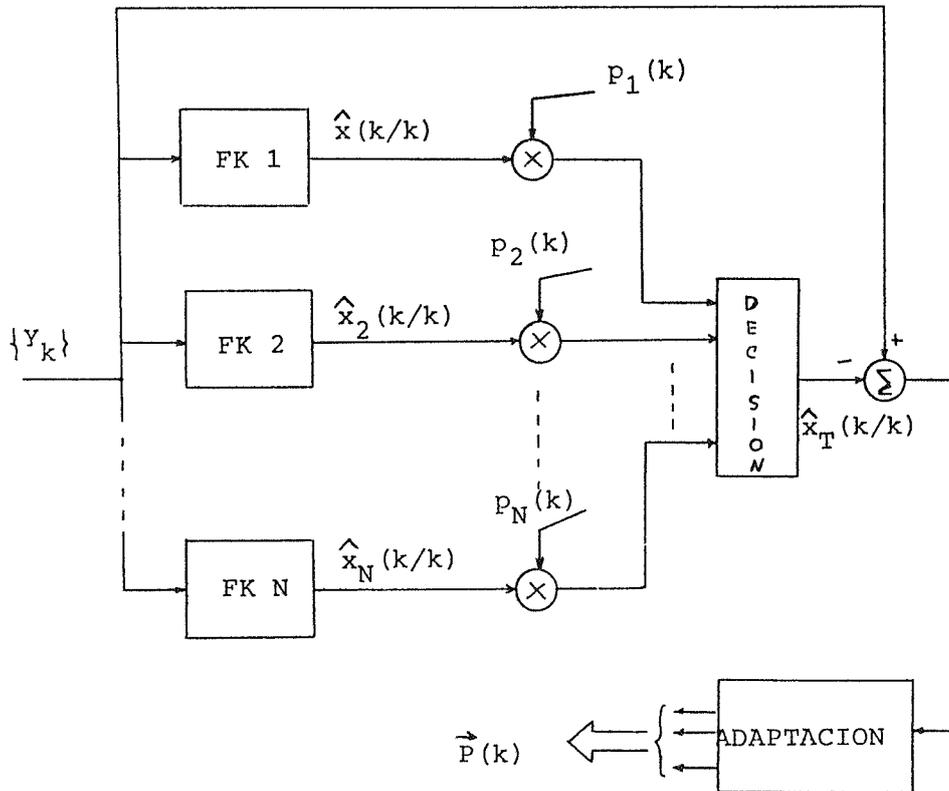


FIG. 2. Diagrama de bloques del filtro adaptivo de Kalman.

Una versión del filtro adaptivo de Kalman se ha representado en la figura 2. Los  $N$  bloques  $FK_i$  son sendos filtros de Kalman, sintonizados cada uno de ellos con un valor del parámetro a estimar. Por  $\hat{x}_i(k/k)$  se representa el vector de estado filtrado por el bloque  $i$ .  $\{Y(k)\} = \{\bar{y}(0), \bar{y}(1), \dots, \bar{y}(k)\}$  es el conjun-

to disponible de observaciones o medidas del sistema a estimar. Las  $p_i(k)$ ,  $1 \leq i \leq N$ , son las probabilidades asociadas a cada filtro individual de Kalman. El bloque de decisión se encarga de calcular el vector estimado global  $\hat{x}_T(k/k)$  (por ejemplo, mediante el principio de máxima verosimilitud). Por último, existe un algoritmo de adaptación que teniendo presente el índice de comportamiento definido por la desviación entre la observación del sistema y su estimación (puede advertirse que en la figura aparece únicamente la estimación global; en realidad, sobre el proceso de adaptación influyen las estimaciones de cada filtro individual) actualiza las probabilidades  $p_i$  de cada filtro de Kalman.

La actualización recursiva de los  $p_i$  puede expresarse simbólicamente así:

$$F[\bar{P}(k+1), \bar{P}(k), \bar{y}(k) - \hat{x}_T(k/k)] = \bar{o} \quad [4]$$

La finalidad de esta adaptación recursiva es optimizar la estimación del filtro global.

De todo lo anterior es trivial reducir el filtro adaptivo a la formalización de la expresión [2]. Aquí no existe un nivel inferior de adaptación determinística (centrada en los parámetros físicos a estimar), sino exclusivamente lo que hemos denominado nivel superior de adaptación (centrado en probabilidades o más exactamente en el caso del filtro de Kalman adaptivo, en funciones de densidad de probabilidad).

Las publicaciones inspiradas en el esquema de la figura 2, teóricas o aplicadas, se han movido dentro de las limitaciones de: *a*) el propio filtrado de Kalman (básicamente óptimo para ruido blanco), y *b*) estacionariedad de las incertidumbres (aquí, el parámetro a estimar). En este sentido, estamos investigando actualmente el comportamiento de algoritmos de reforzamiento del tipo empleado en los autómatas de aprendizaje para su aplicación en situaciones en que, manteniendo la hipótesis de ruido blanco de observación, las incertidumbres a estimar no sean estrictamente estacionarias.

## 6. RESUMEN

Se ha propuesto la formalización de un tipo especial de sistemas cibernéticos; en concreto, de los sistemas adaptivos de estado finito. Como ilustración de esta formalización se han descrito superficialmente tres problemas estudiados por el autor en áreas relativamente separadas: detección binaria, control de centrales telefónicas y estimación de señales, pero todos ellos bajo el mismo prisma. Finalmente, se ha esbozado la inclusión de una importante área de aplicación del filtro de Kalman dentro de la antecitada formalización. Esta inclusión se justifica por nuestro convencimiento de que con el desarrollo de los denominados sistemas complejos va a presenciarse, en la ingeniería de control y en el procesamiento de señales, un tremendo interés hacia los sistemas de estado finito como un complemento a los métodos continuos, tan familiares en estas áreas de la Cibernética. De hecho, algo así ha sucedido en el área del denominado reconocimiento de patrones, en donde ha surgido el enfoque sintáctico (basado en la teoría de autómatas y en la teoría de lenguajes formales) como nivel superior al clásico enfoque continuo [10].

**REFERENCIAS**

- [1] SARIDIS, G. N.; MENDEL, J. M., y NICOLIC, Z. J.: «Report on Definitions on S.O.C. Processes and Learning Processes», *IEEE S-CS Newsletter*, febro, 1973.
- [2] SANTESMASES, J. G.: *Computadoras, Sistemas de Inteligencia Artificial y Sociedad*. Universidad de Santander (Aula de Cultura Científica), Santander, 1982.
- [3] MARAVALL GÓMEZ-ALLENDE, D.: «The Probabilistic Threshold Learning Process», *I Workshop on Signal Processing and its Applications*, Vigo, 1981.
- [4] MARAVALL GÓMEZ-ALLENDE, D.: «Optimization of Processors Allocation in Telephone Network Control using Fuzzy and Stochastic Algorithms», *MELECON-83*, Atenas, 1983.
- [5] FERRARA, E., y WIDROW B.: «The Time-Sequenced Adaptive Filter», *IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol. CAS-22, núm. 6, junio, 1981.
- [6] MARAVALL GÓMEZ-ALLENDE, D.: «Filtrado Adaptivo de Señales en Condiciones de no Estacionariedad. El Filtro LMS Autosecuencial», II Simposium de Ingeniería Biomédica, Madrid, 1983.
- [7] LAKSHMIVARAHAN, S.: *Learning Algorithms Theory and Applications* Springer-Verlag, Nueva York, 1981.
- [8] MAGILL, D. T.: «Optimal adaptive Estimation of Sampled Stochastic Processes», *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. AC-10, núm. 4, octubre, 1965.
- [9] BROWN, R. G.: *Introduction to Random Signal Analysis and Kalman Filtering*. John Wiley and Sons, Nueva York, 1983.
- [10] FU, K. S.: *Syntactic Pattern Recognition and Applications*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, Nueva Jersey, 1982.