COMUNICACIONES A LA ACADEMIA
presentadas en las Sesiones Científicas celebradas en las fechas que se indican

SENSIBILIDAD RESPECTO A LA FUNCION DE PERDIDA EN LA TEORIA DE LA DECISION (*)

Miguel A. Gómez Villegas
Departamento de Estadística. Facultad de Ciencias Matemáticas. Universidad Complutense de Madrid

1. Introducción

Siguiendo a Lindley (1972) los estudios de robustez de los procedimientos bayesianos se refieren a cambios en la distribución «a priori», a la función de verosimilitud o a la función de pérdida, respectivamente.

Es nuestro propósito, en esta comunicación, referirnos a la sensibilidad de la función de pérdida en la línea del trabajo de Gómez Villegas (1977) y que constituye el aspecto menos tratado de los tres problemas que hemos citado, tal vez debido a que tradicionalmente se ha dado más importancia a los problemas puramente inferenciales que a los de la Teoría de la Decisión.

Entre los trabajos en la misma línea podemos citar a Evans (1964). El Sayyad (1967), Britney y Winkler (1968), Zellner y Geisel (1968) y por último el más próximo a nuestro desarrollo, sólo que trabajando con la distribución «a priori», el debido a Kihlstrom (1971).

Básicamente trataremos de establecer condiciones sobre los elementos de un problema de decisión de tal forma que la regla de decisión de Bayes varíe poco al realizar cambios en la función de pérdida, lo que nos permitirá calificar de procedimientos de decisión robustos a los que satisfagan las citadas condiciones.

(*) Presentada en la sesión científica del día 1 de diciembre de 1982.

2. Resolución del problema

La respuesta a lo que se entiende por cambios en la función de pérdida viene recogida por el siguiente:

TEOREMA 1.—Si L (θ, a) es una función acotada y si

$$\sup_{\substack{\theta \in \Theta \\ a \in A}} | L(\theta, a) - L'(\theta, a) | \rightarrow 0$$

entonces

$$r(F, d') \longrightarrow r(F, d)$$

para todo $d' \in D(L')$ y para cualquier $d \in D(L)$.

Queremos resaltar que a lo largo de la demostración de este teorema se puede dar una cota de 2ε para la diferencia de riesgos cometidos al sustituir L por otra función L′ que diste menos de ε de la primera.

Con referencia a la cuestión de la aproximación conjuntista de las estrategias óptimas podemos recoger el siguiente enunciado:

TEOREMA 2.—Si se verifican las condiciones siguientes:

a) L (θ, a) es una función acotada.

b) L (θ, a) es para cada θ fijo, uniformemente continua en **A**.

c) D es un espacio métrico compacto.

Entonces

$$\lim_{L' \to L} \sup_{d' \in D(L')} \delta(d', D(L)) = 0.$$

Como conclusión queremos hacer notar que las hipótesis que se obtienen en el presente trabajo son las que aparecen comúnmente para la obtención de los resultados usuales en la Teoría de la Decisión estadística.

Con referencia a la hipótesis de acotación de la función de pérdida, básicamente se introduce para asegurar la existencia de las funciones de riesgo. Aunque las funciones cuadráticas no la verifiquen, siempre se podría ampliar adecuadamente el espacio de estados de la naturaleza y el espacio de acciones a disposición del decisor, con vistas a contener las reglas Bayes, con lo que dicha hipótesis ya sería cierta. De todas formas es conocida la opinión de algunos autores de que no es correcta la utilización de funciones de pérdida no acotadas.

Por último, todos los trabajos citados al principio de la comunicación, salvo el de Zellner y Geisel (1968), cumplen las hipótesis de nuestros dos teoremas y en este momento nos encontramos trabajando sobre el último, pues estimamos que las ideas son generalizables también al contexto de este último.

Referencias

BRITNEY, R. R. y WINKLER, R. L. (1968). Bayesian point estimation under various loss functions. *Amer. Stat. Assoc. Proc. Business and Econom. Stat. Sect.* (Pittsburg. Pa.), 356-64.

EL-SAYYAD (1967). Estimation of the parameter of an exponential distribution. *Technometrics*, **11**, 41-45.

EVANS, I. G. (1964). Bayesian estimation of parameters of a multivariate normal distribution. *Jour. Roy. Stat. Soc. B.*, **27**, 279-83.

GÓMEZ VILLEGAS, M. A. (1977). Sensibilidad del criterio de decisión de Bayes. *Trab. Est. y de Inv. Operat.*, **28**, 63-84.

KIHLSTROM, R. E. (1971). The use of approximate prior distributions in a Bayesian decision model. *Econometrica*, **39**, 899-910.

LINDLEY, D. V. (1972). Bayesian statistics, A review. Printed for the Soc. for Ind. and Applied a Math. Bristol 3, England.

ZELLNER, A. and GEISEL, M. S. (1968). Sensitivity of control to uncertainty and form of the criterion functions. The future of Statistics. Edited by Donald G. Watts, Academic Press, 269-90.

SOBRE LA REGULARIDAD DE ECUACIONES INTEGRALES ESTOCASTICAS HILBERTIANAS DE TIPO CABAÑA (*)

Ramón Gutiérrez Jaimez

Continuando con la línea de trabajos anteriores (R. G. Jaimez-C. F. Vivas, 1975; R. G. Jaimez-J. Linares, 1982), se aborda en este trabajo el estudio de las propiedades de regularidad de ecuaciones

(*) Presentada en la sesión científica del día 1 de diciembre de 1982.