[2] FIGUEIRAS VIDAL, A. R., CASAR CORREDERA, J. R. y VERGARA DOMÍNGUEZ, L. (1981). Estimación Espectral Paramétrica. Monografía PDS/EE/1/82. ETSI Telecomunicación, UPM.

[3] VERGARA DOMÍNGUEZ, L. y FIGUEIRAS VIDAL, A. R. (1982). A Minimum Cross-Flatness Spectral Estimator and Some Related Problems. Proc. of the 1982 Portugal Workshop on Signal Processing and its Applications, pp. A2/2/1, A2/2/9.

[4] BURG, J. P. (1975). Maximum Entropy Spectral Analysis. Ph. D. Diss., Stanford Univ., Stanford, CA, 1975.

[5] MANOLAKIS, D., CARAYANNIS, G. y KALOUPTSIDIS, N. (1980). Fast Inversion of Vector Generated Matrices for Signal Processing. Proc. EUSIPCO'80, pp. 525-532; Lausanne, Switzerland, Sept.

OPTIMIZACION MULTIMODAL MEDIANTE AUTOMATAS BORROSOS (*)

Darío Maravall Gómez-Allende

Laboratorio de Ordenadores, Cibernética y Teoría de Sistemas
ETSI Telecomunicación, Madrid

Se esboza un método nuevo de optimización multimodal en una dimensión consistente en la coordinación entre una búsqueda discreta guiada por un autómata borroso y una búsqueda continua del tipo gradiente. Futuros trabajos irían en la línea de comparar este método con los habituales de búsqueda aleatoria continua, así como la comparación entre búsqueda discreta aleatoria y estocástica, tema éste de mucho mayor alcance que el de optimización multimodal tratado aquí.

A new multimodal optimization algorithm based on the combination of a discretized search and a gradient-like continuous search is proposed. The discrete search is controlled by a fuzzy automaton which updates its membership function through a learning process designed to converge towards the subzone with the global minimum. Further research concerning computer-based comparisons of this method and conventional ones is in progress, as well as the comparison of the fuzzy and the stochastic discrete search approaches.

(*) Presentada en la sesión científica del día 3 de noviembre de 1982.

Introducción y planteamiento del problema

A finales de los años 50 y principios de los 60 aparecieron los trabajos pioneros sobre lo que ha venido a denominarse sistemas adaptativos y de aprendizaje [1]. El perceptrón de Rosenblatt, de la Cornell University; las máquinas de gradiente de Aizermann y sus colegas del Instituto de Automática y Telemecánica de Moscú; el filtro adaptativo de Widrow-Hoff; los autómatas de aprendizaje, etc., etc., son algunos ejemplos de tales sistemas.

En una amplia clase de estos sistemas actuando bajo incertidumbre aparece el problema matemático de minimizar (o maximizar) una función desconocida. Un diagrama general de bloques se recoge en la figura 1.

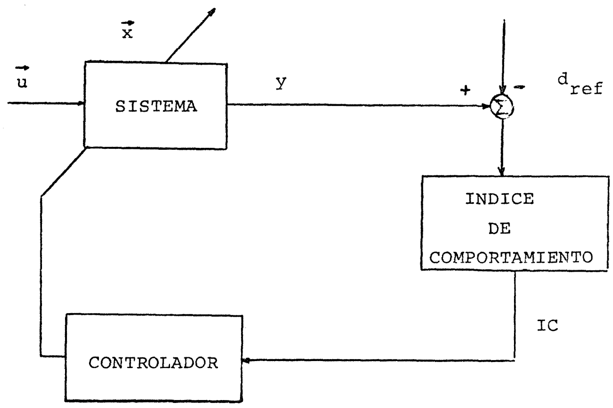

Fig. 1. Diagrama general de bloques de un sistema con señal de referencia.

El índice de comportamiento que suele considerarse en estos sistemas con señal de referencia es el error cuadrático medio:

$$\mathrm{IC} = \mathrm{E}\,[e^2] = \mathrm{E}\,[(y - d_{\mathrm{ref}})^2] \tag{1}$$

que es una función desconocida. Cuando el índice de comportamiento es unimodal el problema de la convergencia hacia el mínimo se puede resolver mediante métodos estocásticos aproximados basados en el gradiente de (1), [2]. Sin embargo, cuando la función a extremizar es multimodal (más de un mínimo), los métodos de aproximación estocástica convencionales no resultan apropiados, ya que pueden converger hacia un mínimo local.

El problema de la optimización multimodal, por su interés práctico, ha suscitado un gran número de publicaciones (vid. [3] como una referencia global actualizada). En esta comunicación se propone una solución nueva consistente en la combinación de un método de búsqueda discretizada guiada por un autómata borroso y un procedimiento convencional de búsqueda aleatoria continua. Pasamos a describir esta solución.

Optimización multimodal gobernada por un autómata borroso

Los autómatas borrosos provienen de la teoría de conjuntos introducida en 1965 por Zadeh y que tanta atención ha acaparado desde entonces [4].

Un autómata borroso en interacción con un medio se define como la séxtupla:

$$< \mathrm{E}, \mathrm{S}, \varnothing, h, \mathbf{F}(n), \mathrm{A} > \tag{2}$$

en donde E es el conjunto de señales de entrada; S son las salidas; $\varnothing$ es el conjunto de estados internos; h: $\varnothing \longrightarrow \mathrm{S}$ es la aplicación de salida;

$$\mathbf{F}(n) = \| f_1(n) f_2(n) \ldots f_m(n) \|$$

es el vector de grados de pertenencia de cada uno de los estados $\varnothing_1$, $\varnothing_2$, ..., $\varnothing_m$ del autómata y A es un algoritmo recurrente

$$\mathbf{F}(n+1) = \mathrm{A}\,[\mathbf{F}(n)]$$

que actualiza el vector **F**. La interacción con el medio es del tipo realimentación. El objetivo del autómata es converger hacia un grado de pertenencia unidad para el estado «óptimo» (la definición de óptimo depende de la aplicación).

Para fijar ideas, consideraremos un índice de comportamiento (i. c.) unidimensional como el de la figura 2. La solución aquí propuesta se basa en definir m subintervalos equilongitudinales del i. c.:

$$\begin{gathered} \omega_{\mathrm{inf}} < \omega_1 < \omega_2 < \ldots < \omega_m = \omega_{\mathrm{sup}} \\ \Delta\omega = \mathrm{cte} = \omega_{i+1} - \omega_i; \quad i = 1 \ldots m-1 \end{gathered} \tag{3}$$

asociando a cada subintervalo un estado del autómata.

La primera fase de la búsqueda del mínimo global del i. c. consiste en la elección en, digamos, el instante k de una de las m subzonas en que se ha dividido previamente. Esta elección se realiza de acuerdo con el principio del máximo de la teoría de autómatas borrosos (esto es, se escoge el estado con máximo grado de pertenencia).

A continuación, la segunda fase, de naturaleza continua, consiste en actualizar el parámetro ω; para lo cual supondremos que el último valor de ω para la subzona elegida, digamos la subzona i, es el ω_{iult}. En tal caso, el nuevo valor de ω sería:

$$\omega_k = \omega_{iult} - \mu \frac{\partial \hat{\varepsilon}^2 (\omega_{iult})}{\partial \omega_{iult}} \tag{4}$$

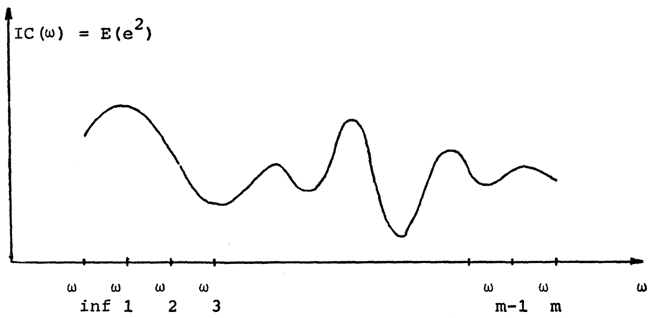

Fig. 2. Indice de comportamiento multidimensional.

donde μ es un parámetro que incide sobre los factores antagónicos de fiabilidad y velocidad de convergencia hacia un mínimo (y que no discutimos aquí). Por $\hat{\varepsilon}^2$ (w_{iult}) se simboliza la estimación del error cuadrático medio (eecm) para $\omega = \omega_{iult}$.

El valor de $\omega = \omega_k$ da lugar a una nueva estimación del error cuadrático medio $\hat{\varepsilon}^2$ (ω_k) que se compara con el mínimo de los errores cuadráticos estimados hasta el instante k. En el caso de que la eecm de la subzona i sea menor que el mínimo, los grados de pertenencia de los estados (= subzonas) del autómata borroso se actualizan como sigue:

$$f_i(k+1) > f_i(k); \quad f_j(k+1) < f_j(k); \quad j \neq i \tag{5}$$

y en el caso de que sea mayor:

$$f_i(k+1) < f_i(k); \quad f_j(k+1) > f_j(k); \quad i \neq i \qquad (6)$$

Con esto se pretende que la búsqueda discreta realizada por el autómata borroso converja hacia la subzona que contiene el mínimo global.

Nótese la semejanza de (5) y (6) con los algoritmos de reforzamiento de los autómatas estocásticos de estructura variable. No obstante, el algoritmo borroso produce una elección más «brusca» que el probabilístico, al seguir el principio del máximo. Creemos que un estudio matemático riguroso sobre las ventajas e inconvenientes de los algoritmos borrosos y probabilísticos está aún por hacer (*) y sería de interés en las áreas de la Ingeniería Cibernética en donde se han propuesto estos algoritmos; en particular, en el problema de optimación multimodal tratado en esta comunicación.

Referencias

[1] SANTESMASES, J. G. (1982). Computadores, sistemas de inteligencia artificial y sociedad. Universidad de Santander (Aula de Cultura Científica), Santander.

[2] SKLANSKY, J. and WASSEL, G. N. (1981). Pattern Classifiers and Learning Machines. Springer Verlag, New York.

[3] LAKSHMIVARAHAN, S. (1981). Learning Algorithms: Theory and Applications. Springer Verlag. New York.

[4] AZORÍN POCH, F. (1979). Algunas Aplicaciones de los Conjuntos Borrosos a la Estadística. Ministerio de Economía, Instituto Nacional de Estadística. Madrid.

(*) El enfoque probabilístico ha primado en el estudio de los sistemas adaptativos frente al enfoque barroso. También se ha especulado sobre cuál enfoque refleja o modela más acertadamente el comportamiento humano inteligente en condiciones de adaptación en medios con incertidumbre.