TEOREMA 4.

$$\mathcal{D}^{\{M_n\}}(\Omega) \simeq \mathcal{E}^{\{M_n\}}(I)^{(N)} \simeq \mathcal{D}^{\{M_n\}}(I)^{(N)}.$$

Bibliografía

[1] KOMATSU, H.: *Ultradistributions I, Structure Theorems and a Characterization.* «J. Fac. Sc. Univ. Tokyo», Sec. IA, 20, n.º 1 (1973), 25-105.

[2] OGRODZKA, Z.: *On simultaneous extension of infinitely differentiable functions.* «Studia Math.», **28**, 193-207 (1967).

[3] VALDIVIA, M.: *Representaciones de los espacios* $\mathcal{D}(\Omega)$ *y* $\mathcal{D}'(\Omega)$. «Rev. Real Acad. Ciencias Exactas, Físicas y Naturales», Madrid, **72**, 385-414 (1978).

[4] VALDIVIA, M.: *Representaciones de los espacios* $\mathcal{C}^m(V)$ *y* $\mathcal{D}^m(V)$. «Real Acad. Ciencias Exactas, Físicas y Naturales», Madrid (pendiente de publicación).

UNA NOTA EN CODIMENSION DE SUBESPACIOS DE CIERTOS ESPACIOS LOCALMENTE CONVEXOS (*)

Pedro Pérez Carreras y José Bonet

Departamento de Matemáticas. E. S. I. Industriales de la Universidad Politécnica de Valencia. C. de Vera, s/n, Valencia-10

Departamento de Teoría de Funciones. Facultad de Matemáticas. Burjasot, Valencia

Some results in codimension are given: Let E be a space and let F be a subspace of E of codimension less than $2^{\aleph_0}$. If $E'[\mu(E', E)]$ is complete, then F is countably barreled (w-barreled) if E is countably barreled (w-barreled).

Los espacios vectoriales que usaremos están definidos sobre el cuerpo K de los números reales o complejos. Dado un par dual (F, G) denotamos mediante $\sigma(F, G)$, $\mu(F, G)$ y $\beta(F, G)$ las topologías débil, de Mackey y fuerte, respectivamente. La palabra espacio quiere significar espacio vectorial topológico separado localmen-

(*) Presentada en la sesión celebrada el 3 de diciembre de 1980.

te convexo. E' es el dual topológico de E y si $\mathcal{H}$ es una familia de $\sigma(E', E)$-acotados de E' total, denotaremos mediante $T_{\mathcal{H}}$ a la topología sobre E de la convergencia uniforme sobre los elementos de $\mathcal{H}$. Si B es un subconjunto cerrado acotado y absolutamente convexo de E, E_B denota la envoltura lineal de B provista de la topología normada que se deduce de su calibrador. En lo que sigue, se deducirá que ciertas propiedades de tonelación se heredan a subespacios de codimensión menor que $2^{\aleph_0}$ haciendo uso de ciertos resultados debidos a B. Tsirulnikov y a M. Valdivia, resultados que enunciamos a continuación: (a) Sea E un espacio de Fréchet de dimensión infinita y sea F un subespacio denso de E que no es tonelado. Entonces, existe un subespacio cerrado G de E de dimensión infinita tal que $G \cap F = \{0\}$ (ver [3]). (b) Sea E un espacio y sea F un subespacio de E. Sea $\mathcal{H}$ una familia de acotados absolutamente convexos de E y cerrados en E tal que contiene a las partes finitas de E y tal que es estable por homotecias y tal que si $A, B \in \mathcal{H}$ entonces existe $C \in \mathcal{H}$ tal que $C \supset A \cup B$. Si $F \cap A$ es cerrado en E para cada $A \in \mathcal{H}$ y si $F \cap E_A$ es de codimensión finita en E_A para cada A de $\mathcal{H}$, entonces F es cerrado en E si $E'(T_{\mathcal{H}})$ es completo (ver [3]). (c) Sea E un espacio y sea G un subespacio de E' que es $\sigma(E', E)$-completo. Sea T una topología en E tal que todo $\sigma(E', E)$-acotado de G sea T-equicontinuo. Entonces, $G^{\perp}$ es un subespacio complementado de $E(T)$ (ver [2]).

El siguiente lema se deduce fácilmente de (b):

Lema 1.—Sea E un espacio tal que $E'[\mu(E', E)]$ es completo y sea G un subespacio cerrado de E de codimensión menor que $2^{\aleph_0}$. Entonces, $G'[\mu(G', G)]$ es completo.

Lema 2.—Sea G un subespacio cerrado de un espacio E y supongamos que se cumplen las condiciones: i) Todo conjunto absolutamente convexo y $\sigma(E', E)$-compacto de $G^{\perp}$ es equicontinuo. ii) $E'[\mu(E', E)]$ es completo. iii) La codimensión de G en E es menor que $2^{\aleph_0}$. Entonces G es complementado en E.

Demostración.—Sea B un absolutamente convexo $\sigma(E, E')$-compacto de E. Claramente, $E_B \cap G$ es cerrado en E_B y en virtud de iii) y de (a), $E_B \cap G$ es de codimensión finita en E_B, por lo que existe un real positivo r tal que $B \subset r(B \cap G + K)$ donde K es un acotado de dimensión finita. Se comprueba fácilmente que

$K^0 \cap G^\perp \subset r(B^0 \cap G^\perp)$, de donde se sigue que las topologías $\sigma(E', E)$ y $\mu(E', E)$ coinciden sobre $G^\perp$. Así, $G^\perp$ es $\sigma(E', E)$-completo, luego aplicando (c) se sigue que G es complementado en E, q. e. d.

Diremos que un espacio E es numerablemente tonelado si todo tonel que sea intersección numerable de entornos del origen absolutamente convexos y cerrados es entorno del origen. Un espacio E se dice *w*-tonelado si toda sucesión de E′ que sea $\sigma(E', E)$-acotada es un equicontinuo.

TEOREMA 1.—Sea E un espacio numerablemente tonelado tal que $E'[\mu(E', E)]$ es completo. Sea F un subespacio de E de codimensión menor que $2^{\aleph_0}$. Entonces F es numerablemente tonelado.

DEMOSTRACIÓN.—Debido al lema 1, basta probar el resultado si F es denso o cerrado en E. Si F es denso en E, sea T un tonel en F tal que $T = \cap V_n$, en donde V_n son entornos del origen absolutamente convexos y cerrados, y sea $T^* = \cap \overline{V}_n$ en donde las clausuras han sido tomadas en E. La envoltura lineal H de T^* será cerrada en E y así coincidirá con E y como E es numerablemente tonelado, T^* será un entorno del origen en E y así T será entorno del origen en F. En efecto, bastará comprobar que se satisfacen las condiciones necesarias para poder aplicar (b). Sea B un conjunto de E absolutamente convexo y $\sigma(E, E')$-compacto. Debido al resultado (a), $E_{B \cap H}$ es un normado tonelado, luego existe un r positivo tal que $B \cap H \subset rT$ y así $B \cap H$ es cerrado en E, por lo que $E_{B \cap H}$ es un espacio de Banach y aplicando (a) tendrá codimensión finita en E_B. Supongamos, ahora, que F es cerrado en E. Tal como se hizo en la prueba del lema 2, es fácil ver que $F^\perp[\sigma(E', E)]$ es completo luego topológicamente isomorfo a un producto de rectas K^I con card (I) la codimensión de F en E. Como K^I tiene un sistema fundamental de acotados, cada uno de los cuales es el producto de acotados absolutamente convexos de dimensión uno o dos, se trata de acotados separables luego equicontinuos. Aplicando el lema 2, F es complementado en E de donde se sigue que F es numerablemente tonelado, q. e. d.

COROLARIO 1.1.—Sea E un espacio D F localmente completo tal que $E'[\mu(E', E)]$ es completo. Si F es un subespacio de codimensión menor de $2^{\aleph_0}$ de E, entonces F es un espacio D F.

NOTA 1.—En [3] se prueba que si E es tonelado y $E' [\mu (E', E)]$ es completo y si F es un subespacio de E de codimensión menor de $2^{\aleph_0}$, entonces F es tonelado. Es claro que existen espacios numerablemente tonelados con dual Mackey completo que no son tonelados: por ejemplo, cualquier espacio de Banach reflexivo no separable dotado de la topología de la convergencia uniforme sobre los acotados separables de E'.

TEOREMA 2.—Sea E un espacio w-tonelado tal que $E' [\mu (E', E)]$ es completo y sea F un subespacio de E de codimensión menor que $2^{\aleph_0}$. Entonces F es w-tonelado.

DEMOSTRACIÓN.—Debido al lema 1, basta con considerar los casos F denso y F cerrado en E. Sea F denso en E y sea (u_n) una sucesión en F' que sea $\sigma (F', F)$-acotada y sean (v_n) sus únicas extensiones continuas posibles. Un razonamiento análogo al de la prueba del teorema 1 sirve para comprobar que $T^* = \cap \{v_n\}^0$ es un entorno del origen en E y así (u_n) es un equicontinuo en F'. Supongamos ahora F cerrado en E. Consideremos la familia de acotados $\mathfrak{A}$ en E' que sea ($B \subset E'$: B es equicontinuo) $\cup$ ($A \subset F^{\perp}$: A es absolutamente convexo y $\sigma (E', E)$-compacto). La topología $T_{\mathfrak{A}}$ es más fina que la original del espacio y menos fina que la de Mackey y así $E (T_{\mathfrak{A}})$ es w-tonelado y en F coincide con la topología original. Debido al lema 2, F es complementado en $E (T_{\mathfrak{A}})$ y por tanto w-tonelado, q. e. d.

NOTA 2.—Decimos que un espacio E es sucesionalmente tonelado si toda sucesión de E' que $\sigma (E', E)$-converge al origen es un equicontinuo. Con el razonamiento del resultado anterior, puede probarse que si E es sucesionalmente tonelado y $E' [\mu (E', E)]$ es completo, entonces todo subespacio cerrado de codimensión menor que $2^{\aleph_0}$ es sucesionalmente tonelado.

NOTA 3.—Existen espacios w-tonelados con dual Mackey completo que no son numerablemente tonelados (ver [1]): Sea (I_n) una sucesión de conjuntos disjuntos dos a dos de índices tales que

$$2^{\aleph_0} < \text{card}\,(I_1) < \text{card}\,(I_2) < \dots \text{ y sea } I = \cup\, I_n .$$

Consideremos $l^2 (I)$ y la topología sobre él de la convergencia uniforme sobre la familia $\mathcal{H}$ de acotados siguiente: $\mathcal{H} = (B \subset l^2 (I)$: acotados separables) $\cup$ (envolturas absolutamente convexas y cerradas de $(e_i : i \in I_n)$, $n = 1, 2, \ldots$). Es claro que $l^2 (I)$ es w-tonelado y su dual es Mackey completo; sin embargo, no es numerablemente tonelado. En efecto, sea B_n la envoltura absolutamente convexa y cerrada de $(e_i : i \in I_n)$ que es un equicontinuo y $B = \cup B_n$ es un acotado débil. Si B fuera equicontinuo existiría un $A \subset l^2 (I)$ absolutamente convexo separable y existiría un natural n_0 tal que B estaría contenido en la envoltura absolutamente convexa y cerrada de $A \cup (B_1 \cup \ldots \cup B_{n_0})$ y así B tendría un subconjunto denso de cardinal menor o igual que el cardinal de I_{n_0}. Sin embargo, $\| e_i - e_j \| = \sqrt{2}$ para cada i, j de I_{n_0+1} y B contiene un subconjunto discreto de cardinal igual al de I_{n_0+1}, lo cual es absurdo.

Referencias

[1] Mazón, J. M. (1980). Tres nuevas clases de espacios localmente convexos. Tesis Doctoral, Valencia.

[2] Tsirulnikov, B. (1980). Subspaces with property (b) in locally convex spaces of quasibarreled type. *Proc. Math. Cambr. Phil. Soc.*, **88**, 331-337.

[3] Valdivia, M. A property of Fréchet spaces (pendiente de publicación).

REGIO- Y ESTEREOSELECTIVIDAD EN ALGUNAS REACCIONES DE ADICION A SISTEMAS 4a,12a-DIAZATETRACICLICOS (*)

M. C. Cano, F. Gómez Contreras, A. Sanz y A. Solana

Laboratorio de Química. Colegio Universitario Integrado
Universidad Complutense, Madrid

Se ha estudiado la estereoquímica de algunas reacciones de adición electrófila en el ciclo de tetrahidropiridazina terminal de compuestos 4a,12a-diazatetracíclicos. La mayor parte de los resultados obtenidos favorecen la hipótesis de que estas adiciones transcurren a través de un mecanismo en el que el paso nucleófilo es el

(*) Presentada en la sesión celebrada el 10 de diciembre de 1980.