

SOLUCIONES APROXIMADAS AL PROBLEMA DE DISTRIBUCIÓN A DOS NIVELES

LUIS ONIEVA, JUAN LARRAÑETA
UNIVERSIDAD DE SEVILLA

La determinación de los lotes de aprovisionamiento de un sistema de distribución de dos niveles formado por una instalación principal que surte a un conjunto de detallistas sujetos a demanda externa es un problema complejo aún en el supuesto de demanda constante y determinista. El empleo de políticas de ciclo simple en que cada vez que ordena el almacén principal lo hacen todos los detallistas, renovándose el estado del sistema, reúne ciertas propiedades que la hacen adecuada para muchos sistemas multinivel. En este trabajo se propone un método iterativo de obtención de políticas de ciclo simple que satisfacen propiedades simultáneas de optimalidad, así como una real heurística de un solo paso para obtener buenas soluciones.

Keywords: INVENTORY, DETERMINISTIC MODELS MULTI-ECHOLON, ORDERING POLICES.

1. INTRODUCCION.

El supuesto de inventarios de distribución a dos niveles que se analiza es el análogo al del lote económico con demanda determinista, incluyendo las ligaduras entre un almacén -- principal y n-1 detallistas como se muestra en la figura 1.

La estructura de los costes relevantes viene dada por un coste de lanzamiento s_i en el que se incurre cada vez que se solicita un lote por la unidad i (detallista o almacén principal) y un coste de mantenimiento de sistema (Clark y Scarf /1/) h_i imputado al nivel medio de stock de sistema. Los detallistas están sujetos a una demanda externa R_i , $i=1,2,\dots,n-1$ determinista y constante en el tiempo. El almacén principal n ha de alimentar las necesidades de los detallistas, respondiendo a una demanda inducida

$$R_n = \sum_{i=1}^{n-1} R_i$$

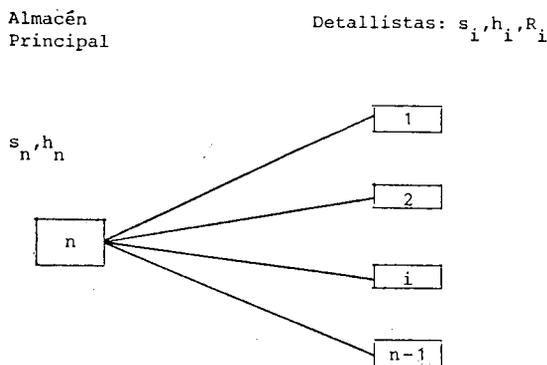


Figura 1: Sistema de Inventarios de Distribución de Dos Niveles.

El problema que se plantea es el de determinar el lote económico Q_i ($i=1,2,\dots,n$) a emplear por cada una de las instalaciones bajo una política de ciclo simple, es decir, cada vez que el almacén principal solicita un lote, también lo solicitan todos y cada uno de los detallistas. Así, se ha de satisfacer la re-

- Luis Onieva - Escuela Superior de Ingenieros Industriales - Depto. Organización de la Producción - Av. Reina Mercedes, s/n. 41012 Sevilla

- Article rebut el maig de 1986.

lación:

$$Q_n/R_n = k_i Q_i/R_i \quad i=1,2,\dots,n-1$$

para ciertos valores enteros de k_i .

El modelo a resolver es:

$$\begin{aligned} \min. \quad & \sum_{i=1}^n (s_i R_i / Q_i + h_i Q_i / 2) \\ \text{s.a.} \quad & Q_n / R_n = k_i Q_i / R_i \quad i=1,2,\dots,n-1 \\ & k_i \geq 0 \quad \text{entero} \quad i=1,\dots,n-1 \\ & Q_i \geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Llamando $T = Q_n/R_n$ y $T_i = Q_i/R_i$, obsérvese que cada intervalo T se reitera periódicamente el estado del sistema. T es la duración del lote Q_n que emplea el almacén principal sujeto a la demanda inducida R_n . En este intervalo el detallista i recibe k_i lotes de tamaño Q_i con un intervalo T_i entre lotes. Así, T es el intervalo base y T_i los de los detallistas, que han de ser divisores del base, como aparece en el ejemplo de la figura 2.

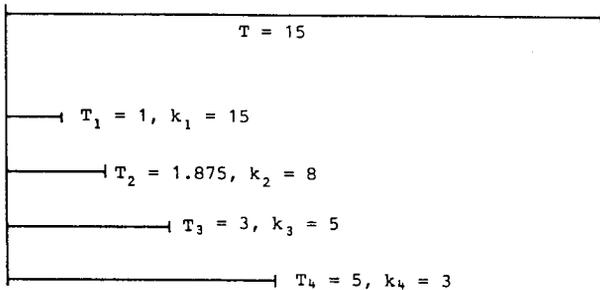


Figura 2: Ejemplo de un sistema formado por cinco instalaciones.

Una solución al problema (1) viene determinada por $(k_1, k_2, \dots, k_{n-1}, k_n, Q_n)$ donde Q_n es el lote empleado por el almacén principal y k_i la multiplicidad asociada al detallista i , indicando el número de veces que solicita entre dos aprovisionamientos sucesivos del almacén principal. Nótese que $k_n = 1$ por definición.

Este problema fue inicialmente tratado por

Schwarz /6/, en su tesis doctoral, resolviéndolo para el caso de un solo detallista. La obtención de la solución óptima al modelo, - mediante exploración dirigida, se contiene - en Graves y Schwarz /2/. Recientemente Roundy /5/ ha presentado resultados muy potentes, extendiendo el conjunto de políticas consideradas más allá de las de ciclo simple. Para sistemas complejos de producción-inventario, Maxwell y Muckstadt /3/ han resuelto el modelo análogo al aquí estudiado mediante el empleo de grafos y reduciendo la exploración de las multiplicidades que intervienen a las potencias de 2.

2. ANALISIS DEL MODELO.

Llamando f al número medio de veces en que el sistema completo se renueva en el horizonte al que las demandas están referidas:

$$f = R_n / Q_n$$

el modelo (1) puede reescribirse como:

$$\begin{aligned} \min. \quad & f \sum_{i=1}^n k_i s_i + \frac{1}{2f} \sum_{i=1}^n h_i R_i / k_i \\ \text{s.a.} \quad & k_i \geq 1 \quad \text{entero} \quad i=1,2,\dots,n-1 \\ & k_n = 1 \end{aligned} \quad (2)$$

Denominando costes totales relevantes,

$$CTR(f, k_i, s) = f \sum_i k_i s_i + \frac{1}{2f} \sum_i h_i R_i / k_i$$

a los costes globales medios del sistema empleando una frecuencia f y unas multiplicidades k_i para cada detallista, que refleja la frecuencia $f_i = k_i f$ de cada uno de ellos, se obtiene una función convexa en f y unimodal para cada k_i .

Manteniendo f constante, se obtienen las condiciones locales de optimalidad, exponiendo:

$$\begin{aligned} CTR(f, k_i, s, k_j - 1) & \geq CTR(f, k_i, s) \leq \\ & \geq CTR(f, k_i, s, k_j + 1) \end{aligned}$$

para cada $j=1,2,\dots,n-1$, que expresan como los costes totales relevantes se degradan - al variar los valores óptimos de las multiplicidades k_i . Estas relaciones son equivalentes para cada j , a:

$$k_j(k_j-1) \leq \frac{h_j R_j}{2 s_j} \cdot \frac{1}{f} \leq k_j(k_j+1) \quad (3)$$

Para valores particulares de k_i , la frecuencia $F(k_{i,s})$ que da lugar al coste mínimo es:

$$F(k_{i,s}) = [(\sum_i h_i R_i / k_i) / 2 \sum_i s_i k_i]^{1/2} \quad (4)$$

con un coste total relevante:

$$CTR(F(k_{i,s}), k_{i,s}) = [2(\sum_i h_i R_i / k_i) \cdot \sum_i s_i k_i]^{1/2} \quad (5)$$

que sólo depende de los valores de las multiplicidades k_i .

Dado el carácter unimodal de la expresión del radicando de (5) para cada k_i , que siempre es positivo, las condiciones simultáneas de optimalidad se pueden obtener imponiendo para cada $j=1,2,\dots,n-1$

$$CTR(F(k_{i,s}, k_{j-1}), k_{i,s}, k_{j-1}) \geq CTR(F(k_{i,s}), k_{i,s}) \quad (6)$$

y análogamente incrementando k_j a k_j+1 .

Estas relaciones conducen a:

$$k_j^2 - k_j \frac{\sum_{i \neq j} h_i R_i / k_i}{\sum_i h_i R_i / k_i} \leq \frac{h_j R_j}{s_j} \cdot \frac{\sum_i s_i k_i}{\sum_i h_i R_i / k_i} \leq k_j^2 + k_j \frac{\sum_{i \neq j} h_i R_i / k_i}{\sum_i h_i R_i / k_i} \quad (7)$$

Si se representa por FE_j a la frecuencia económica de la instalación i , si actuara independientemente

$$FE_j = (h_j R_j / 2 s_j)^{1/2}$$

y FA_j al del conjunto del sistema en el supuesto de que el coste de mantenimiento de

la demanda anual del artículo j fuera nulo ($h_j R_j = 0$):

$$FA_j = [(\sum_{i \neq j} h_i R_i / k_i) / 2 \sum_i s_i k_i]^{1/2}$$

la relación (7) es equivalente a

$$k_j^2 - k_j \left(\frac{FA_j}{F}\right)^2 \leq \left(\frac{FE_j}{F}\right)^2 \leq k_j^2 + k_j \left(\frac{FA_j}{F}\right)^2 \quad (8)$$

Además, es inmediato de (3) que las multiplicidades de las instalaciones tienen que estar lexicográficamente ordenadas con las frecuencias económicas de las mismas:

$$FE_i \leq FE_j \quad \text{implica} \quad k_i \leq k_j \quad \text{en el óptimo.}$$

3. ALGORITMO DE RESOLUCION.

El algoritmo de obtención de óptimos locales que satisfacen las condiciones simultáneas - de optimalidad, sobre el valor de la frecuencia y el de las multiplicidades, se recoge - en el diagrama de flujo de la figura 3.

4. DERIVACION DE LA REGLA HEURISTICA.

Considerando la relajación continua de las - restricciones de integridad del modelo (2) resulta:

$$\begin{aligned} \min. \quad & f \sum_{i=1}^n s_i k_i + \frac{1}{2f} \sum_{i=1}^n h_i R_i / k_i \\ \text{s.a.} \quad & k_i \geq 1 \quad i=2, \dots, n-1 \\ & k_n = 1 \end{aligned} \quad (9)$$

Las condiciones necesarias de optimalidad en (9) implican la existencia de multiplicadores λ_i $i=1,2,\dots,n$ con $\lambda_i = 0$ para $i=1,2,\dots,n-1$ tales que

$$f s_i - \frac{1}{2f} \frac{h_i R_i}{k_i} - \lambda_i = 0 \quad i=1,2,\dots,n \quad (10)$$

$$f \sum_{i=1}^n k_i s_i = \frac{1}{2f} \sum_{i=1}^n h_i R_i / k_i \quad (11)$$

$$\lambda_i(1-k_i) = 0 \quad i=1,2,\dots,n-1 \quad (12)$$

$$\lambda_i \geq 0 \quad i=1,2,\dots,n-1 \quad (13)$$

$$k_n = 1 \quad (14)$$

De estas condiciones se derivan los siguientes resultados:

a) Cuando $k_i > 1$, $\lambda_i = 0$ según (12) con lo que

$$k_i = FE_i/f$$

b) Cuando $k_i = 1$, las condiciones (10) equivalen a:

$$f s_i = \frac{1}{2f} h_i R_i + \lambda_i$$

Gráficamente:

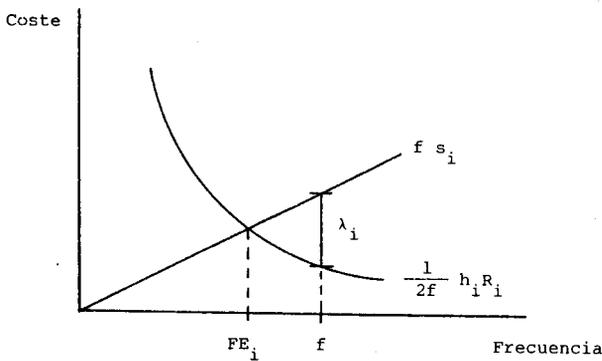


Figura 4: Interpretación de λ_i .

Al ser los multiplicadores λ_i no negativos, cuando $f = FE_i$ se satisface $f s_i = \frac{1}{2f} h_i R_i$. Se tiene que para $k_i = 1$, $f > FE_i$.

A partir de estos elementos resulta que sólo aquellas instalaciones en las que $f \geq FE_i$, intervienen en la fijación de f con $k_i = 1$. Cuando $f < FE_i$, el valor de la correspondiente multiplicidad será superior a la unidad ($k_i > 1$).

Para la determinación de f se ordenan los detallistas según orden creciente de sus frecuencias naturales: para $i, j-1, \dots, n-1$

$$i < j \quad \text{si y sólo si} \quad FE_i \leq FE_j$$

Supuesta esta ordenación se considera sucesivamente la combinación de los costes y deman

da del almacén principal con los detallistas, hasta que el siguiente a combinar tenga una frecuencia natural superior a la obtenida -- con los anteriores (figura 5).

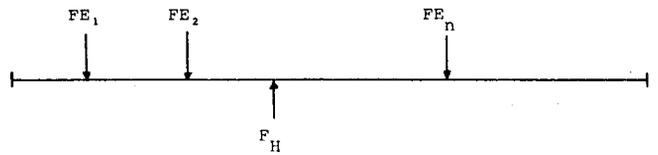


Figura 5: Ordenación de las FE_i .

Formalmente, la frecuencia F_H que corresponde a la solución de (9) viene dada por:

$$F_H^2 = \frac{h_n R_n + \sum_{i=1}^m h_i R_i}{2(s_n + \sum_{i=1}^m s_i)}$$

donde m es la última instalación para la que se cumple:

$$\frac{h_n R_n + \sum_{i=1}^m h_i R_i}{s_n + \sum_{i=1}^m s_i} \geq \frac{h_m R_m}{s_m}$$

En términos de las frecuencias naturales, se calcula iterativamente:

$$F_H^2 [1, j] = \frac{h_n R_n + \sum_{i=1}^j h_i R_i}{s_n + \sum_{i=1}^j s_i}$$

comparándose $F_H^2 [1, j]$ con FE_j para $j=0,1,2,\dots$ hasta la primera vez en que $F_H^2 [1, j] < FE_j^2$. Cuando éso suceda $m=j-1$. Nótese que en el sumatorio para el cálculo de $F_H [1, j]$ se considera $j=0$, que corresponde al caso en que $FE_n < FE_1$. En esta situación se tiene que $F_H = FE_n$, por ser el almacén principal el que tiene menor frecuencia natural.

Obsérvese que el multiplicador λ_n asociado al almacén principal es libre en el signo. De las relaciones (10), sumándolas sobre todos los detallistas, se obtiene:

$$f \sum_{i=1}^n k_i s_i + \sum_{i=1}^n \lambda_i k_i = \frac{1}{2f} \sum_{i=1}^n \frac{h_i R_i}{k_i}$$

que al compararla con (11) da lugar a:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i k_i = 0$$

Para $i > m$, $i \neq n$, $k_i > 1$ por lo que los

multiplicadores λ_i son nulos. Por ello esta relación es:

$$\lambda_n + \sum_{i=1}^m \lambda_i = 0; \text{ o lo que es lo mismo:}$$

$$\lambda_n = - \sum_{i=1}^m \lambda_i < 0.$$

Este resultado corrobora la interpretación a que da lugar la fijación de F_H . Pues si FE_n no es la menor de todas las frecuencias naturales $FE_n < F_H$, por lo que si bien $k_n=1$, su multiplicador es negativo como se observa en la figura 6.

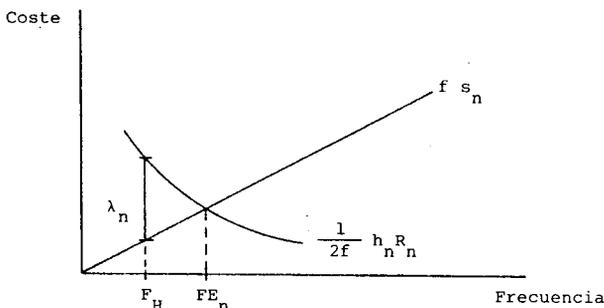


Figura 6: Interpretación de la fijación de F_H .

5. REGLA HEURISTICA.

La heurística de un solo paso que se propone es la heurística miope de Graves y Schwarz /2/, partiendo de la frecuencia F_H , según se ha definido en la sección anterior.

1. Calcular F_H .
2. Para $i=1,2,\dots,m$; $k_i = 1$
3. Para $i=m+1,\dots,n-1$; k_i es el mayor entero tal que

$$k_i(k_i-1) \leq \frac{FE_i^2}{F_H^2}$$

La heurística con la que comparamos los resultados obtenidos por ésta es la propuesta por Graves y Schwarz /2/ que se puede interpretar como la análoga de la aquí propuesta haciendo $F_H = FE_n$ en el primer paso.

En la figura 7, se recoge el diagrama de flujo de esta heurística.

6. EXPERIENCIAS COMPUTACIONALES.

Para comprobar la eficiencia del método propuesto se ha empleado, en primer lugar, el conjunto de problemas test utilizados por Graves y Schwarz /2/ para mostrar la bondad de los resultados de su heurística miope -- respecto a la solución óptima.

Para ello se han generado y resuelto 500 -- problemas test para cuatro sistemas distintos (un total de 2000 problemas) formados -- por un almacén principal y 2,3,5 y 10 detallistas con idénticos costes, es decir: $s_j = s$ y $h_j = h$ para $j=1,\dots,n-1$, con $s_n = h_n = 1$. El valor de s se fija según -- una distribución uniforme entre los valores 0.01, 0.1, 0.5, 1, 2, 10 y 100. De igual -- forma, el valor de h se obtiene de acuerdo con una distribución uniforme entre los valores: 0.5, 1 y 2. La demanda de los $n-1$ detallistas se genera como: $R_j = d.R_{j-1}$ para $j=2,\dots,n-1$; siendo $R_1 = 1$ y fijando el coeficiente d de forma similar a s y a h entre los valores: 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 y 1.

Los resultados de la regla diseñada son comparados con los de la heurística miope de -- Graves y Schwarz /2/, analizando el error medio, su desviación estándar y el error máximo que producen ambas soluciones aproximadas con respecto a la solución óptima. Asimismo, para cada sistema se calcula el número de veces que la solución de cada heurística queda más próxima al valor final y el número de veces que acierta con dicho valor óptimo. Este análisis se realiza en términos del coste generado por la solución de cada heurística -- respecto al coste generado por la solución óptima (tabla 1.1) y en términos de la frecuencia que propone cada método respecto de la frecuencia óptima (tabla 1.2).

Así por ejemplo, para los 500 problemas generados para el sistema formado por un almacén principal y tres detallistas (tabla 1.1), el error medio en el coste obtenido por la heurística de Graves y Schwarz (G/S) es del 0.069%, frente al 0.0005% obtenido por el método propuesto, con una desviación tipo del 0.383%, frente al 0.0063%, y con un error máximo de aproximadamente el 4%, frente al 0.0854%. También se observa en la tabla 1.1 como de los 500 problemas test resueltos para este sistema de tres detallistas ($n=4$),

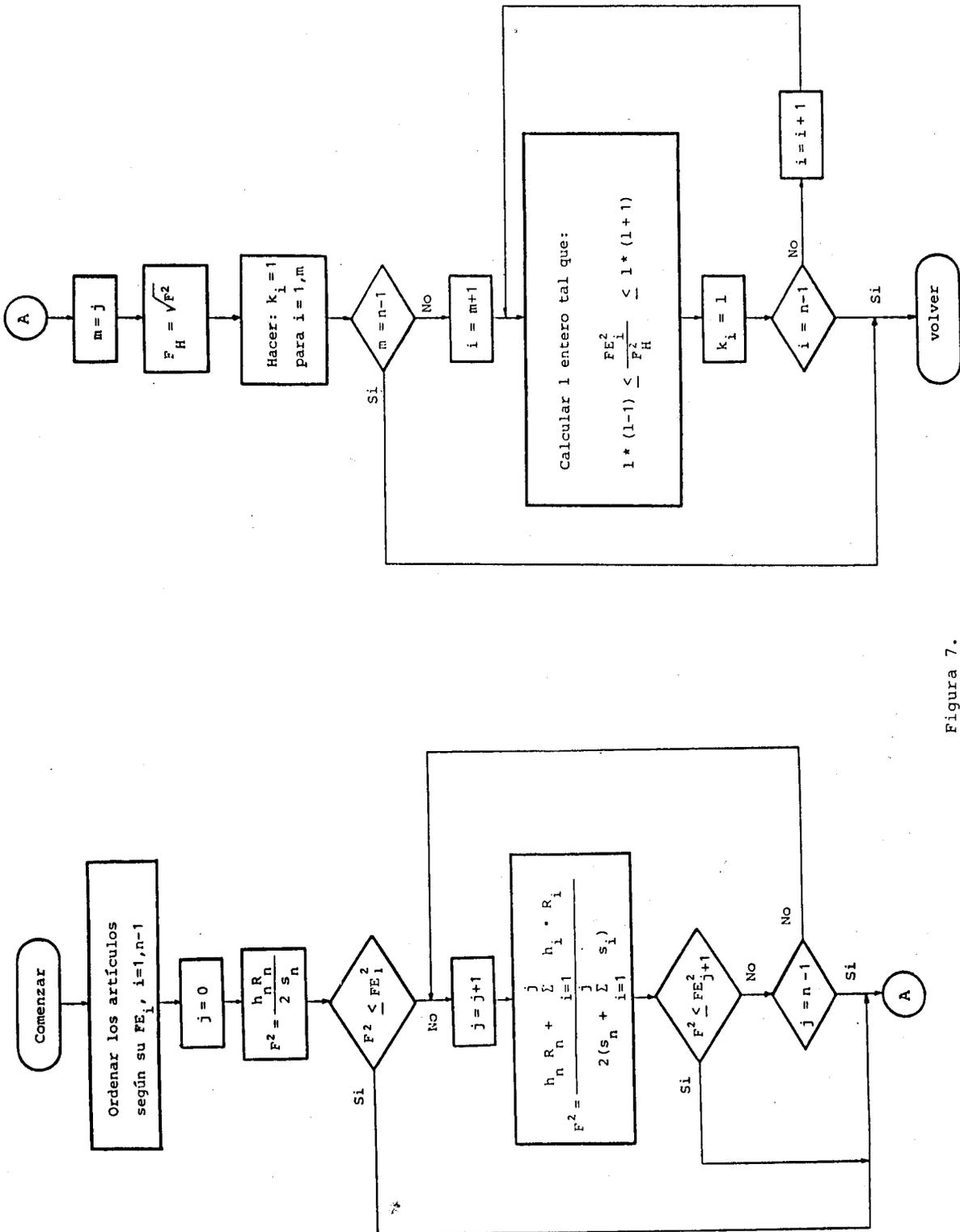


Figura 7.
Diagrama de Flujo de la Regla Heurística.

el coste proporcionado por la regla de G/S ha quedado en 478 ocasiones más próximo al coste óptimo, frente a las 500 (o sea todas) de la heurística propuesta (que por tanto ha quedado más próxima al coste óptimo en 22 -- ocasiones más que la de G/S). De las 478 veces, la regla de G/S ha acertado 473 veces con el coste óptimo, frente a las 495 de la regla propuesta para este tipo de problemas.

Los resultados acumulados referidos a la proximidad del coste de cada regla respecto al coste óptimo para los 2000 problemas resueltos son los siguientes: el coste proporcionado por la heurística de G/S ha sido mínimo -- el 77.85% de las veces, frente al 98.6% de la heurística propuesta, habiéndose alcanzado el coste óptimo el 77.15% de las veces, -- frente al 96.45% de la regla que se propone.

Realizando el mismo análisis, pero en términos de frecuencia inicial fijada por cada -- heurística, respecto a la frecuencia óptima o final, se obtienen los resultados que aparecen en la tabla 1.2.

Para el caso de tres detallistas, en los 500 problemas resueltos, se observa en la tabla 1.2 como el error medio obtenido, en la determinación de la frecuencia inicial, por la regla de G/S es del 145.87%, frente al 2.21% obtenido por la heurística propuesta. La desviación estándar es del 283.43%, frente al 3.22%; siendo el error máximo del 1316% para G/S, frente al 14.84%. El número de veces -- que la frecuencia inicial ha estado más cercana a la final ha sido, para G/S, 113 frente a las 484; habiendo coincidido ambas -- la inicial y la óptima -- 191 veces de las 500 en la heurística propuesta y ninguna vez en el caso de G/S.

Para analizar la bondad de la regla propuesta frente a la de G/S en sistemas con detallistas cuyos costes, tanto de lanzamiento como de mantenimiento, sean distintos entre sí se han resuelto los problemas cuyos datos base aparecen en la tabla 2.1. Como se observa, se han generado 250 problemas para sistemas con 2, 3, 4, 5, 10, 20 y 100 detallistas. La demanda de cada detallista se asigna según una distribución uniforme entre 150 y 2000. El coste de lanzamiento y de mantenimiento correspondiente a cada detallista se genera de la misma forma que la demanda en--

tre los valores 3 y 20; y 5 y 20 respectivamente (Chakravarty /7/).

Los resultados se ofrecen en las tablas 2.2 en términos de costes, y 2.3 en términos de frecuencias. Como se deduce de estas tablas, la solución que se propone es mejor que la de G/S también para sistemas con detallistas de distintos costes, tanto en los resultados expresados en términos de costes (tabla 2.2) como en los resultados expresados en términos de frecuencias (tabla 2.3). Así por ejemplo, G/S obtienen el coste inicial mínimo el 53.1%, frente al 98.15%, de los 2000 problemas resueltos y una frecuencia inicial más próxima a la óptima en el 2.75% de las veces, frente al 97.9% que obtiene el método propuesto.

7. CONCLUSIONES.

De la inspección de las tablas se pueden obtener las siguientes conclusiones:

El orden de magnitud de los errores y desviación tipo es mucho mayor en el caso de comparar las frecuencias que en el caso de comparar los costes. Como ya se ha comentado, este hecho se debe a la estructura de la función de costes para este tipo de problemas.

Si se observa el número de veces que cada -- heurística proporciona el coste mínimo para cada grupo de problemas (tablas 1.1 y 2.2, frente al número de veces que cada una proporciona una frecuencia más próxima a la óptima (tablas 1.2 y 2.3, se deduce que para el caso de G/S el segundo índice disminuye bastante respecto al primero conforme aumenta el número de detallistas; lo cual es debido, además de a la estructura de la función de costes, a que G/S tienen en cuenta para determinar la frecuencia un solo detallista (el de menor frecuencia económica), mientras que en el caso de la heurística propuesta no ocurre así.

En cualquier caso, los resultados que ofrece el método propuesto son mejores que los que ofrece la heurística miope de Graves y ---- Schwarz /2/; aplicando este resultado tanto a los problemas test propuestos por ellos mismos, o sea a sistemas con detallistas de idénticos costes, como a otros sistemas en que la

TABLA 1.1.

Resultados de las heurísticas, en términos de COSTES, respecto a la solución óptima.

Número de Detallistas	Heur.	Error Medio	Desviación Tipo	Error Máximo	Coste Final Núm. de veces	
					Mas prox.	Alcanz.
2	L/O	.0074%	.0821%	.9217%	500	496
	G/S	.0220%	.1725%	1.9049%	494	490
3	L/O	.0005%	.0063%	.0854%	500	495
	G/S	.0690%	.3830%	4.0043%	478	473
5	L/O	.0082%	.0538%	.7184%	486	479
	G/S	.2728%	.8614%	6.5995%	406	401
10	L/O	.0091%	.0415%	.4245%	486	459
	G/S	1.8333%	2.6066%	13.3464%	179	179

Número de problemas generados: 500 por sistema.

TABLA 1.2.

Resultados de las heurísticas, en términos de FRECUENCIA, respecto a la solución óptima.

Número de Detallistas	Heur.	Error Medio	Desviación Tipo	Error Máximo	Frecuencia Final Núm. de veces	
					Mas prox.	Alcanz.
2	L/O	1.7499%	3.5166%	22.4745%	456	258
	G/S	144.1610%	277.8695%	1057.5830%	188	54
3	L/O	2.2190%	3.2248%	14.8408%	484	191
	G/S	145.8739%	283.4331%	1316.5680%	113	0
5	L/O	2.7897%	3.0070%	15.0120%	478	98
	G/S	226.7976%	407.6952%	1823.4930%	70	5
10	L/O	2.8930%	2.4270%	13.3542%	489	11
	G/S	376.2868%	616.6898%	2803.9970%	16	0

Número de problemas generados: 500 por sistema.

TABLA 2.1.

Datos del conjunto de problemas resuelto

Número de detallistas: 2 3 4 5 10 20 50 100

	Valor inicial	Valor final	Peso
Demanda	150.000	2.000.000	aleatorio
Coste lanzamiento	3.000	20.000	aleatorio
Coste mantenimiento	5.000	20.000	aleatorio

Número de problemas generados: 250 por sistema (2000 en total).

TABLA 2.2.

Resultados de las heurísticas, en términos de COSTES, respecto a la solución óptima del conjunto de problemas de la tabla 2.1.

Número de Detallistas	Heur.	Error Medio	Desviación Tipo	Error Máximo	Coste Final Num. de veces	
					Mas prox.	Alcanz.
2	L/O	.0011%	.0171%	.2705%	250	249
	G/S	.1766%	.6163%	4.3180%	220	219
3	L/O	.0105%	.0755%	.8372%	246	243
	G/S	.3653%	1.0025%	5.6369%	200	199
4	L/O	.0016%	.0175%	.2483%	246	246
5	L/O	.0049%	.0509%	.7746%	245	243
	G/S	.4484%	.9698%	4.9390%	174	173
10	L/O	.0056%	.0269%	.2516%	240	234
	G/S	.4206%	.7550%	4.5481%	144	144
20	L/O	.0037%	.0163%	.1416%	241	221
	G/S	.3418%	.5372%	3.5216%	91	90
50	L/O	.0033%	.0119%	.1067%	247	203
	G/S	.3681%	.3783%	1.7133%	37	36
100	L/O	.0025%	.0066%	.0465%	248	175
	G/S	.3555%	.3047%	1.5806%	4	2

Número de problemas resueltos: 250 por sistema.

TABLA 2.3.

Resultados de las heurísticas, en términos de FRECUENCIA, respecto a la solución óptima del conjunto de problemas de la tabla 2.1.

Número de Detallistas	Heur.	Error Medio	Desviación Tipo	Error Máximo	Frecuencia Final Num. de veces	
					Mas prox.	Alcanz.
2	L/O	3.2336%	3.7126%	14.7091%	225	97
	G/S	36.5753%	30.6225%	164.0663%	37	0
3	L/O	2.8623%	3.3788%	15.5070%	237	77
	G/S	56.7455%	39.0455%	232.1004%	14	0
4	L/O	2.5107%	2.4944%	12.5797%	247	49
	G/S	75.0615%	45.7344%	252.2112%	3	0
5	L/O	2.7515%	2.7282%	20.0655%	249	40
	G/S	92.0800%	53.4326%	257.5628%	1	0
10	L/O	1.9471%	1.8495%	10.4419%	250	18
	G/S	153.6568%	66.3533%	401.2494%	0	0
20	L/O	1.6707%	1.5382%	10.6213%	250	1
	G/S	253.7706%	100.1212%	587.0237%	0	0
50	L/O	1.5725%	1.2510%	7.3453%	250	0
	G/S	434.8949%	150.1364%	1009.9870%	0	0
100	L/O	1.3234%	1.0156%	5.0465%	250	0
	G/S	679.3516%	231.7856%	1440.1260%	0	0

Número de problemas resueltos: 250 por sistema.

estructura de los costes de las instalaciones es distinta.

8. BIBLIOGRAFIA.

- /1/ CLARK, A.J. y SCARF, H.: "Optimal Policies for a Multi-Echelon Inventory Problem", Management Sci., Vol. 6 (1960), 475-490.
- /2/ GRAVES, S.C. y SCHWARZ, L.B.: "Single Cycle Continuous Review Policies for Arborescent Production Inventory Systems", Management Sci., Vol. 23, (1977), 529-540.
- /3/ MAXWELL, W.L. y MUCKSTADT, J.A.: "Establishing Consistent and Realistic Reorder Intervals in Production-Distribution Systems", Operations Research, Vol. 33, (1985), 1316-1341.
- /4/ ONIEVA, L.: "Determinación del Lote en Artículos Sujetos a Ordenes Conjuntas y Otros tipos de Liquiduras. Métodos de Solución y Algoritmos", Tesis Doctoral, Universidad de Sevilla, 1985.
- /5/ ROUNDY, R.: "98% -Effective Integer Ratio Lot Sizing for One-Warehouse Multi-Retailer Systems", Management Sci. Vol. 31, (1985), 1416-1430.
- /6/ SCHWARZ, L.B.: "A Simple Continuous Review Deterministic One-Warehouse N-Retailer Inventory Problem", Management Sci., Vol. 19, (1973), 555-566.
- /7/ CHAKRAVARTY, A.K.: "Lot Sizing with Several Group of Single-Cycling Retailers and One Warehouse". IIE Transaction, Vol. 15, (1983), 223-230.