Educación

Sección a cargo de

María Luz Callejo

Comprensión y contexto: una mirada desde la didáctica de las matemáticas

por

Vicenç Font

En la primera parte del artículo se reflexiona sobre el hecho de que básicamente hay dos maneras de entender la «comprensión»: como proceso mental o como la competencia que se deriva del conocimiento y aplicación de normas y se argumenta que ambas, aunque en grado diferente, ponen en primer plano el problema del uso competente en contextos reales. En la segunda parte, después de una revisión de la literatura generada por la investigación didáctica sobre los problemas de contexto extra matemático, se argumenta que básicamente hay dos usos del término «contexto»: uno consiste en considerar el contexto como un ejemplo particular de un objeto matemático, mientras que el otro es un uso ecológico que consiste en considerar el entorno. En la tercera parte, se hace una propuesta de clasificación de los problemas contextualizados extra matemáticos en la que se tiene en cuenta aspectos como el momento de presentación o el grado de complejidad. Se finaliza con unas consideraciones sobre cuáles son las cuestiones relevantes para la investigación en didáctica de las matemáticas relacionadas con la enseñanza contextualizada.

1 . Comprensión

¿Cómo enseñar mejor las matemáticas? es, sin lugar a dudas, la pregunta que origina el área de investigación que, en muchos países, se conoce como Didáctica de las Matemáticas. Para intentar contestar a esta pregunta podemos focalizar nuestra atención sobre la mente del sujeto que ha de aprender, lo cual nos lleva a entender la «comprensión» como «proceso mental» y a reflexiones psicológicas que nos pueden ayudar a saber lo que sucede en la mente del alumno y, como consecuencia, nos pueden dar indicaciones sobre cuándo y cómo enseñar. También podemos centrar la atención en las instituciones donde se produce el proceso de instrucción, lo cual nos lleva a entender la «comprensión» como «comprender las normas sociales» y a reflexiones de tipo sociológico y antropológico que nos pueden informar de las normas sociales que regulan los procesos de instrucción.

Básicamente hay dos maneras de entender la «comprensión»: como «proceso mental» o como «competencia» (Font, 2001; Godino, Batanero y Font, 2007). Estos dos puntos de vista responden a concepciones epistemológicas que, como mínimo, son divergentes, por no decir que están claramente enfrentadas. Los enfoques cognitivos en la Didáctica de las Matemáticas, en el fondo, entienden la comprensión como «proceso mental». Los posicionamientos sociológicos y antropológicos, en cambio, llevan a entender, de entrada, la comprensión básicamente como competencia y no tanto como proceso mental. Desde esta perspectiva, se considera que un sujeto comprende un determinado objeto matemático cuando lo usa de manera competente en diferentes prácticas, lo cual implica concebir la comprensión como «conocimiento y aplicación de las normas» que regulan la práctica. Se trata, pues, de un punto de vista que procura dilucidar la inteligibilidad de las acciones humanas clarificando el pensamiento que las informa y situándolo en el contexto de las normas sociales y de las formas de vida dentro de las cuales aquéllas ocurren.

1.1 . La comprensión como proceso mental

Cuando se considera la comprensión básicamente como «proceso mental», se entiende que un objeto matemático se ha comprendido en la medida en que se han desarrollado una variedad de representaciones internas apropiadas, junto con las relaciones funcionales entre ellas, que permitan producir representaciones externas adecuadas para la resolución de las tareas propuestas en las que dicho objeto sea determinante. Este punto de vista considera que la comprensión está relacionada con la construcción estructurada e integrada de representaciones internas, las cuales son la causa que produce en el alumno un dominio de los sistemas de representación externos que le permite resolver las tareas escolares propuestas. Desde esta perspectiva, el proceso de instrucción debe tener como objetivo el desarrollo de representaciones internas adecuadas y bien conectadas en los estudiantes.

La clasificación entre representaciones internas y externas obliga a preguntarse qué antecede a qué, si las representaciones internas a las externas o viceversa. La mayoría de los psicólogos cognitivitas consideran más básicas las representaciones internas puesto que para que las representaciones externas sean representaciones han de ser representadas mentalmente por sus usuarios y, por otro lado, las representaciones mentales pueden existir sin un duplicado público; por ejemplo, muchos de nuestros recuerdos no son comunicados jamás. En cambio, la mayoría de los científicos sociales de la corriente sociocultural y muchos filósofos, a menudo inspirados en Wittgenstein (1953), no están de acuerdo con ello.

Las investigaciones en Didáctica de las Matemáticas de tipo cognitivo entienden la comprensión básicamente en términos de representaciones y procesos mentales. En consecuencia, hacen una opción muy definida por los enfoques centrados en el individuo y por la utilización de elementos de análisis desarrollados por la psicología. El tema de investigación que proponen para la Didáctica de las Matemáticas es el estudio de estas representaciones internas (esquemas, imágenes, etc.). Ejemplos de investigaciones de de este tipo son las que han estudiado el «concepto imagen» y el «concepto definición» (Vinner, 1991) de alumnos y profesores para un cierto objeto matemático o las investigaciones realizadas en el marco de la teoría APOE. Dubinsky, el iniciador de la teoría APOE, manifiesta claramente su posicionamiento mentalista en el siguiente párrafo:

«*El conocimiento matemático de un individuo es su tendencia a responder a situaciones percibidas de problemas matemáticas por medio de la reflexión sobre los problemas y sus soluciones en un contexto social y por medio de la construcción o reconstrucción de acciones matemáticas, procesos y objetos y por medio de la organización de éstos en esquemas para usar al tratar con las situaciones*» (Dubinsky, 1996, págs. 32-33).

La LOGSE es un ejemplo de currículum escolar diseñado sobre unas bases psicopedagógicas que consideraban la comprensión básicamente como proceso mental. Para el constructivismo psicológico que inspiró la LOGSE el concepto clave era el de «aprendizaje significativo» (Ausubel *et al.*, 1976), entendido como la integración de un nuevo contenido en los esquemas cognitivos previos del alumno. Esta manera de entender la comprensión postula unas entidades mentales (los esquemas), que las personas acarrean consigo, que son la causa del uso correcto o incorrecto que hace el alumno. Se entiende pues, la comprensión en términos de «procesos y entidades mentales».

El constructivismo que inspiró la LOGSE (Coll, 1989) consideraba la estructura cognitiva del alumno como un conjunto de esquemas, los cuales eran modificados de acuerdo con la teoría de la equilibración de Piaget. El constructivismo aceptaba que el objetivo de la intervención escolar era la modificación de los esquemas de conocimiento del alumno. Es decir, consideraba que el primer paso para conseguir que el alumno realizara un aprendizaje significativo consistía en que el nuevo contenido de aprendizaje rompiese el equilibrio inicial de sus esquemas. Este punto de vista entendía la enseñanza como los medios que permiten, ayudan o facilitan la construcción personal significativa de cada alumno.

El término «aprendizaje significativo» se utilizaba para definir lo contrario del aprendizaje repetitivo. La significatividad del aprendizaje se refiere a la posibilidad de establecer vínculos substantivos y no arbitrarios entre aquello que hay que aprender –el nuevo contenido– y lo que ya se sabe, aquello que ya hay en la estructura cognitiva de la persona que aprende –sus conocimientos previos–. Aprender significativamente quiere decir poder atribuir significado al material que es objeto de aprendizaje; esta atribución solamente se puede efectuar a partir de aquello que ya se conoce mediante la actualización de esquemas de conocimiento pertinentes para la situación estudiada; estos esquemas no se limitan a asimilar la nueva información, sino que el aprendizaje significativo siempre conlleva la revisión, la modificación y el enriquecimiento estableciendo nuevas conexiones y relaciones, con lo que se asegura la funcionalidad y la memorización comprensiva de los contenidos aprendidos significativamente.

Se entiende que un aprendizaje es funcional cuando la persona que lo ha realizado puede utilizarlo de una manera efectiva en una situación concreta para resolver un problema determinado; esta utilización se hace extensiva a la posibilidad de utilizar aquello que se ha aprendido para abordar nuevas situaciones, para efectuar nuevos aprendizajes. Un aprendizaje es funcional cuando la persona que lo ha realizado puede utilizarlo, pero para ello tiene que poder actualizarlo, o sea recuperarlo de donde está almacenado. Este tipo de memoria, la memoria comprensiva, tiene poco que ver con la memoria mecánica, que permite la reproducción exacta del contenido memorizado. Si el aprendizaje ha sido significativo, el nuevo contenido se ha integrado en la estructura previa produciendo modificaciones en esta estructura, esto hace que sea difícil que este contenido pueda ser reproducido tal cual, pero, por la misma razón, la posibilidad de utilizar este conocimiento –su funcionalidad– es muy elevada, cosa que no sucede en el caso de la memoria mecánica.

Cuando se entiende la comprensión básicamente en términos de «procesos mentales» no se excluyen ni se niega la importancia de otros factores como pueden ser la negociación de significados o el papel de la interacción, lo que se hace es explicar, en última instancia, estos otros factores por medio de procesos mentales que «ocurren» en la mente del individuo.

1.2 . La comprensión como competencia

Este punto de vista considera que la «comprensión» o el «saber» un objeto matemático consiste en ser capaz de reconocer sus propiedades y representaciones características, relacionarlo con los restantes objetos matemáticos y usar este objeto en toda la variedad de situaciones problemáticas prototípicas que son propuestas en el aula. Desde este punto de vista, la comprensión alcanzada por un sujeto en un momento dado difícilmente será total o nula, sino que será parcial.

Este punto de vista se basa en la suposición de que los sistemas matemáticos de signos que se manipulan en el aula adquieren significado para los alumnos al ser usados en el aula. Desde este punto de vista, diremos que un alumno ha comprendido un determinado contenido cuando lo usa de manera competente en diversas prácticas. Se entiende pues, la comprensión, básicamente, como una capacidad que tiene el alumno y no tanto como un proceso mental que se produce en su mente cuando usa el contenido matemático. La capacidad se traduce en prácticas que son evaluables públicamente, mientras que el proceso mental es una experiencia privada de la persona. Dicho de otra manera: optar por esta manera de entender la comprensión implica focalizar el interés en las prácticas públicas y dejar en segundo plano el interés por los procesos mentales de los alumnos.

Esta manera de entender la «comprensión» implica concebirla como «conocimiento y aplicación de las normas que regulan la práctica»; se trata de un punto de vista que procura dilucidar la inteligibilidad de las acciones humanas clarificando el pensamiento que las informan y situándolo en el contexto de las normas sociales y de las formas de vida dentro de las cuales aquéllas ocurren. Esta manera de entender la comprensión pone en primer plano el hecho de que la cognición es «situada», en el sentido de que es inseparable del contexto social en el que se produce.

Este punto de vista sobre la comprensión es asumida por un conjunto de teorías y enfoques que, si bien mantienen entre sí discrepancias importantes en numerosos puntos, coinciden en esta manera de entender la comprensión. Entre otros, podemos citar el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (Godino, Batanero y Font, 2007) o la teoría de la cognición situada (Lave y Wegner, 1991). Desde esta perspectiva, el aprendizaje supone la participación en una comunidad y deja de ser considerado solo como la adquisición de conocimientos por individuos para ser reconocido básicamente como un proceso de participación social en comunidades de prácticas.

Si la LOGSE es un buen ejemplo de currículum escolar en el que se entiende la comprensión básicamente como proceso mental, la actual reforma de las enseñanzas universitarias, para adaptarse al espacio universitario europeo, es un buen ejemplo de currículum en el que se entiende la comprensión básicamente como competencia.

2. La importancia del contexto en la didáctica de las matemáticas

El punto de vista que considera la comprensión en términos de competencia resalta que hablar de «competencia» es hablar de uso competente en situaciones reales, con lo cual pone al «contexto» en primer plano de la reflexión. A su vez, aunque en menor medida, el punto de vista que considera la comprensión en términos de «procesos mentales» también da importancia al contexto –un buen ejemplo de esta importancia lo tenemos en el desarrollo del constructo «aprendizaje funcional» en las bases psicopedagógicas de la LOGSE–.

La importancia que tiene contextualizar el conocimiento matemático es hoy en día ampliamente asumida, ya que se considera que el «contexto» puede ser la clave para relacionar lo que los psicólogos han aprendido sobre el modo en que los humanos razonan, sienten, recuerdan, imaginan y deciden con lo que, por su parte, han aprendido los antropólogos sobre la manera en que el significado es construido, aprendido, activado y transformado. En palabras del antropólogo Geertz, este intento de relación «*(...) supone el abandono de la idea de que el cerebro del Homo sapiens es capaz de funcionar autónoma-*

mente, que puede operar con efectividad, o que puede operar sin más, como un sistema conducido endógenamente y que funciona con independencia del contexto» (Geertz, 2002, p. 194).

Para las situaciones extra matemáticas que contextualizan un objeto matemático se han propuesto diferentes nombres y clasificaciones. «Problemas contextualizados» (el nombre que vamos a utilizar en este trabajo), «problemas del mundo real», «problemas relacionados con el trabajo», «problemas situados» son sólo algunos de los diferentes nombres que se da a las tareas escolares que simulan situaciones del mundo real. D'Amore (1993), en una investigación sobre los problemas propuestos en la escuela primaria y secundaria, les llama «problemas ficticios».

La investigación sobre los problemas contextualizados extra matemáticos se ha realizado atendiendo a diferentes objetivos y metodologías (conocimiento situado, etnomatemáticas, teoría de la actividad, etc.). Por una parte, hay que destacar las investigaciones cuyo objetivo ha sido comprender mejor cómo las personas solucionan los problemas en su lugar de trabajo. Estas investigaciones, de tipo socio-cultural, no se han preocupado directamente por comparar la resolución de problemas en el lugar de trabajo con la resolución de problemas contextualizados en las instituciones escolares (Scribner, 1984 y 1986; Lave, 1988; Pozzi, Noss y Hoyles, 1998). En cambio, otras investigaciones se han interesado en comparar y contrastar el diferente uso que hacen las personas de las matemáticas en la escuela y en el trabajo (Reed y Lave, 1981; Nunes, Schliemann y Carraher, 1993; Jurdak y Shahin, 1999 y 2001; Jurdak, 2006, Díez 2004).

Estas investigaciones muestran, con ejemplos concretos, que hay una brecha importante entre las matemáticas que se explican en la escuela y las que las personas hacen servir en su vida cotidiana. Para Díez (2004) la existencia de esta brecha es uno de los motivos que explican las actitudes negativas que muchas personas desarrollan hacia las matemáticas (D'Amore y Fandiño Pinilla, 2001).

En general, los estudios citados anteriormente han puesto de manifiesto que las matemáticas informales e idiosincrásicas son las dominantes en la resolución de problemas en la vida cotidiana y en el mundo laboral, mientras que las matemáticas más formales son las que predominan en la escuela. Algunos de estos estudios han puesto de manifiesto que las personas que fracasan en situaciones matemáticas escolares, pueden ser extraordinariamente competentes en actividades de la vida diaria que implican el uso del mismo contenido matemático (Lave, 1988 y Scribner, 1984). En situaciones de la vida real en las que las personas se sienten implicadas se ha observado que éstas utilizan matemáticas «propias» que pueden ser muy diferentes a las que estudiaron en la escuela. En estas situaciones el problema y la solución se generan simultáneamente y la persona está implicada cognitiva, emocional y socialmente.

Estos fenómenos ponen de manifiesto que los conocimientos se construyen usándolos en contextos reales. En la vida diaria los problemas son concretos y sólo se pueden resolver si las personas los consideran como problemas a resolver. También plantean un problema teórico para la investigación en Didáctica de las Matemáticas: la transferencia del conocimiento usado o generado en un contexto a otro contexto diferente y más en concreto, el problema de la transferencia del conocimiento aprendido en la escuela a las situaciones prácticas de la vida cotidiana y viceversa (Civil, 1992; Evans, 1998; González, Andrade y Carson, 2001; Díez, 2004).

Las referencias citadas anteriormente no pretenden ser una revisión exhaustiva de la literatura sobre la contextualización. En este trabajo nos interesan, sobre todo, destacar algunas investigaciones, como por ejemplo, las que se han preocupado por la introducción de los problemas contextualizados en el currículum. Entre éstas destaca el proyecto desarrollado en el instituto Freudenthal «Realistic Mathematics Education» (Gravemeijer, 1994; De Lange, 1996). Este enfoque de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas concibe la actividad matemática como una actividad humana más, por lo cual se considera que «saber matemáticas» es «hacer matemáticas», lo cual comporta, entre otros aspectos, la resolución de problemas de la vida cotidiana. Uno de sus principios básicos afirma que para conseguir una actividad matemática significativa hay que partir de la experiencia real de los estudiantes (Freudenthal, 1983). Otros principios importantes son que hay que dar al estudiante la oportunidad de reinventar los conceptos matemáticos y que el proceso de enseñanza-aprendizaje debe ser muy interactivo. Según De Lange (1996), básicamente se dan cuatro razones para integrar los problemas contextualizados en el currículum: a) facilitan el aprendizaje de las matemáticas, b) desarrollan las competencias de los ciudadanos, c) desarrollan las competencias y actitudes generales asociadas a la resolución de problemas y d) permiten ver a los estudiantes la utilidad de las matemáticas para resolver tanto situaciones de otras áreas como situaciones de la vida cotidiana.

Para finalizar esta breve revisión, queremos destacar también las evaluaciones internacionales sobre la competencia[1] de los alumnos para aplicar las matemáticas a situaciones de la vida cotidiana como el informe Pisa 2003 (OCDE, 2004).

2.1 . Dos usos del término contexto

Con relación al término contexto, hay básicamente dos usos (Ramos y Font, 2006). Uno consiste en considerar el contexto como un ejemplo particular de un objeto matemático, mientras que el otro consiste en enmarcarlo en el entorno. En el primer caso, se trata de ver que la situación problema cae dentro del campo de aplicación de un objeto matemático. En el segundo caso, se trata de un «uso» que vamos a llamar, metafóricamente, «ecológico». Este uso ecológico queda claro cuando se dice, por ejemplo, que el contexto del gorila

[1]El uso que hacemos en este artículo del término competencia en más general que el que se le da en el informe PISA.

es la selva. Ahora bien, puesto que el contexto del gorila también puede ser el zoológico, podemos entender que hay un uso ecológico del término contexto que permite situar el objeto matemático en diferentes «lugares», por ejemplo, diferentes instituciones (universidad, secundaria, etc.). Estos «lugares» no tienen porque ser sólo instituciones, pueden ser también, por ejemplo, diferentes programas de investigación o diferentes «juegos del lenguaje» (Wittgenstein, 1953). Ahora bien, la idea que interesa del uso ecológico del término contexto es que da a entender que hay diferentes «lugares» en los que se puede situar el objeto matemático. Desde la perspectiva «ecológica», ante el enunciado de un problema o, más en general de un texto matemático, se trataría de responder a preguntas del tipo ¿En qué «lugar» se halla»? ¿Qué tiene a su alrededor? ¿Dónde «vive»? ¿Con qué otros objetos matemáticos se relaciona?, ¿En qué institución se utiliza? etc.

2.2 . La relación «A es B» cuando «A» se considera una situación extra-matemática

A continuación tenemos dos textos en los que el lector puede reconocer el objeto matemático «función»:

Texto 1:
Se considera la función $R \to R$ dada por $x \to 1/(x^2+6)$. ¿Es una función real de variable real? En caso afirmativo, halla su dominio de definición (es decir, su máximo dominio).

Texto 2:
Debemos cambiar los cristales de unas ventanas cuadradas. El precio del cristal es de 0,5 euros por cada decímetro cuadrado. Elabora una tabla de valores, dibuja una gráfica y determina una fórmula que permita calcular directamente el coste para cada longitud del lado de la ventana

En los dos textos el lector podrá reconocer una situación problema que se puede considerar como un «caso particular» del objeto matemático «función». Es decir se activa la dualidad particular / general (concreto / abstracto; ejemplar / tipo) y se considera que la situación problema cae dentro del campo de aplicación de un objeto matemático.

El uso del contexto como un ejemplo particular de un objeto matemático se observa claramente en los procesos de instrucción en los que se proponen situaciones-problema extra matemáticas pensadas para la emergencia de nuevos objetos matemáticos. En los procesos de descontextualización a partir de contextos extra matemáticos se sigue el siguiente proceso: se parte de una situación de contexto extra matemático S, que podemos poner en relación (R) con la situación *S'*, la cual, a su vez, se considera como un caso particular del objeto matemático OM (*S'* es OM). La relación R, que permite relacionar S con *S'*, puede ser de muchos tipos diferentes, ahora bien, en todos los casos se suele terminar considerando R como una relación de representación, entendida ésta en términos de instrumento de conocimiento (S' es una representación de S).

El proceso que va del problema contextualizado al objeto matemático (que llamaremos proceso de descontextualización) es un proceso bastante complejo. Cuando se analiza con detalle un problema contextualizado que se utiliza para conseguir la emergencia de un objeto matemático, es fácil observar cómo dicho proceso es el resultado de otros procesos (representación, generalización, formulación de conjeturas, esquematización, argumentación, etc.).

2.3 . El uso «ecológico» del término contexto

El contexto (entendido en términos ecológicos) del primer texto es una unidad didáctica de tipo formalista que tiene la siguiente estructura (figura 1):

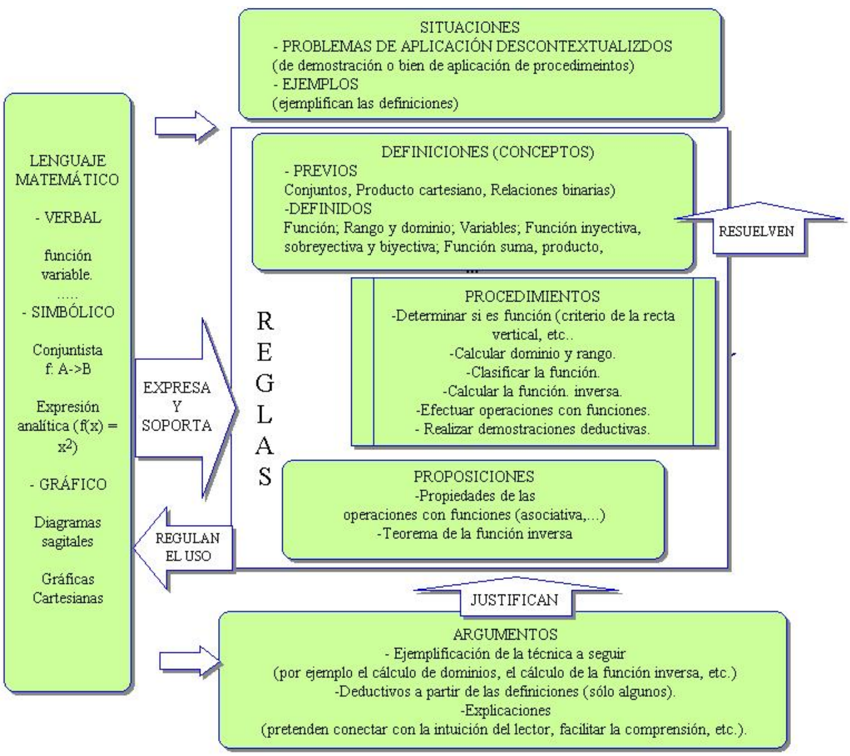

Figura 1: Unidad didáctica formalista de las funciones en secundaria[2]

En cambio, el segundo texto tiene como contexto una unidad didáctica empirista (realista, intuitiva, etc.) del siguiente tipo (figura 2):

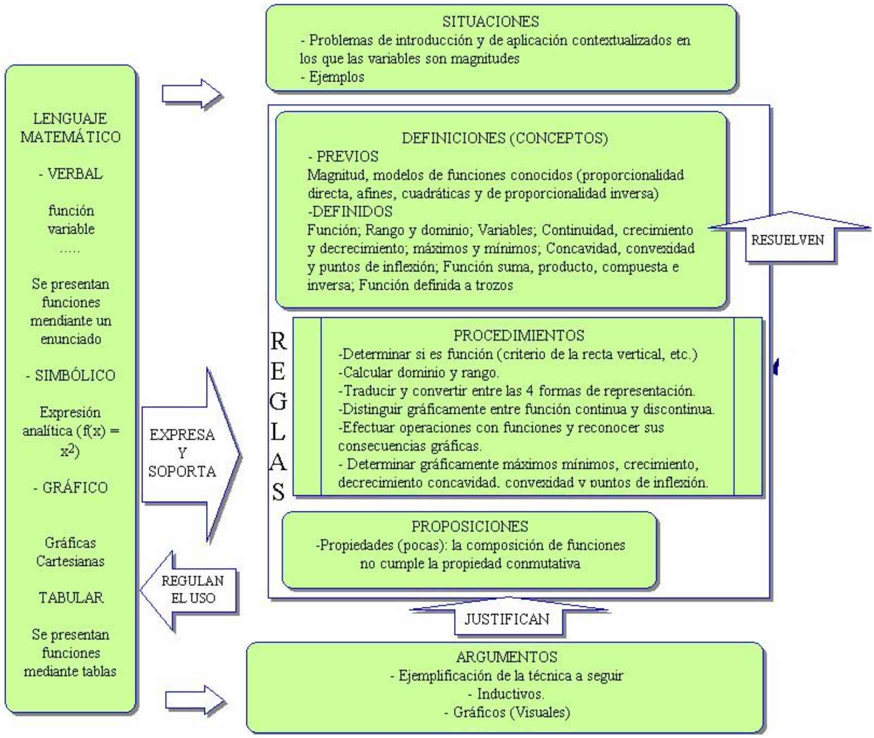

Figura 2: Unidad didáctica empirista de las funciones en secundaria[3]

Ahora bien, puesto que cada problema se enmarca dentro de una configuración epistémica diferente (unidad didáctica) se puede entender, de manera metafórica, que la situación-problema «sitúa» el objeto en un «lugar» o en «otro» –es decir, lo relaciona con un determinado tipo de lenguaje, un determinado tipo de procedimientos y técnicas, un tipo de argumentaciones, una determinada definición del objeto y unas determinadas propiedades–. Desde esta perspectiva, cada situación problema sitúa al objeto en un determinado «nicho». De esta manera, se tiene que la situación problema cumple dos funciones, una de referencia particular al activar la dualidad particular-general y otra, de tipo «ecológico», al situar el objeto matemático en un «nicho» o bien en otro.

El hecho de contemplar la situación problema en el marco de la unidad didáctica permite relacionar las dos maneras de entender el término «contexto»: (1) como caso particular de un objeto matemático y (2) como entorno del objeto y entender que, de hecho, las dos actúan simultáneamente.

Las unidades didácticas empiristas como la descrita anteriormente dan un papel preponderante a las situaciones problemas contextualizadas (extra matemáticas) y están claramente enfocadas a la emergencia de nuevos objetos matemáticos. Estas configuraciones empíricas (contextualizadas, realistas, intuitivas, etc.,...) presuponen una cierta concepción empírica de las matemáticas. Es decir, una concepción que considera que las matemáticas son (o se pueden enseñar como) generalizaciones de la experiencia; una concepción de las matemáticas que supone que, al aprender matemáticas, recurrimos a nuestro bagaje de experiencias sobre el comportamiento de los objetos materiales.

Por otra parte, también presuponen que «saber matemáticas» incluye la competencia para aplicar las matemáticas a situaciones extra matemáticas de la vida real[4] lo cual lleva a la siguiente pregunta: ¿Cómo conseguir que los alumnos sean competentes en la aplicación de las matemáticas a contextos no matemáticos? Para contestar a esta pregunta hay que descomponerla, entre otras, en las siguientes subpreguntas: a) ¿El uso de contextos en el proceso de enseñanza-aprendizaje facilita o dificulta la comprensión de los alumnos?, b) ¿El uso de contextos matemáticos sirve para motivar (frustrar) a los alumnos?, c) ¿Qué papel juegan los conocimientos previos de los contextos que tienen los alumnos?, e) ¿La enseñanza con el enfoque contextualizado consume más tiempo que la enseñanza descontextualizada? etc.

3 . Una propuesta de clasificación de los problemas contextualizados

En la literatura que afronta la problemática de la incorporación de los problemas contextualizados en el currículum escolar, se suele distinguir entre problemas escolares descontextualizados, problemas escolares contextualizados y problemas reales. Las dos últimas categorías se matizan mejor con la clasificación propuesta en Martínez (2003). Este autor distingue los siguientes tipos de contextos: a) Contexto real: refiere a la práctica real de las matemáticas, al entorno sociocultural donde esta práctica tiene lugar. b) Contexto simulado: tiene su origen o fuente en el contexto real, es una representación del contexto real y reproduce una parte de sus características (por ejemplo, cuando los alumnos simulan situaciones de compra-venta en un «rincón» de la clase. c)

[4]El tema de la alfabetización matemática ha sido motivo de debate en diferentes reuniones científicas (por ejemplo la CIEAEM del año 2001) y de estudio por diferentes organismos internacionales, Entre los cuales destacan los realizados por la OCDE (2000 y 2001). También son relevantes los trabajos del NCTM (1989). Algunos investigadores que se han interesado por el tema son, entre otros, Abrantes, 2001; Kilpatrick, 2001 y Noss, 2001. En la discusión que se ha producido en la comunidad de investigadores en educación matemática sobre lo que se debe entender por *alfabetización matemática de los ciudadanos*, si bien las opiniones difieren en muchos aspectos, hay casi unanimidad en que ésta ha de facilitar a los ciudadanos el desarrollo de un conjunto de conocimientos, habilidades, estrategias y actitudes que les permitan resolver las situaciones matemáticas que plantea la vida cotidiana. Es decir, se considera que «saber matemáticas incluye la competencia para aplicar las matemáticas a situaciones extra matemáticas de la vida real».

Contexto evocado: refiere a las situaciones o problemas matemáticos propuestos por el profesor en el aula, y que permite imaginar un marco o situación donde se da este hecho (por ejemplo, el texto 2). Por tanto, en nuestra reflexión vamos a distinguir los siguientes tipos de problemas: a) problemas escolares no contextualizados (es decir, de contexto matemático), b) problemas de contexto evocado, c) problemas de contexto simulado y d) problemas reales.

Los problemas que más han interesado a la investigación didáctica han sido fundamentalmente los problemas de contexto evocado. Con relación a este tipo de problemas, conviene hacer una primera clasificación en función de la complejidad de los procesos necesarios para su resolución. En un extremo tendríamos problemas contextualizados que se han diseñado para activar procesos complejos de modelización, mientras que en el otro extremo tendríamos problemas relativamente sencillos cuyo objetivo es la aplicación de los conceptos matemáticos previamente estudiados. Entre estos dos extremos hay una línea continua en la que podemos situar a la mayoría de los problemas contextualizados propuestos en el ámbito escolar. Además, un mismo problema puede estar más o menos cerca de uno de dichos extremos en función del momento en que sea propuesto a los alumnos. Este criterio de clasificación es el que se utiliza en el estudio PISA cuando consideran tres niveles de complejidad a la hora de considerar los ítems con los que evaluar las competencias – Primer nivel: Reproducción y procedimientos rutinarios. Segundo nivel: Conexiones e integración para resolver problemas estándar. Tercer nivel: Razonamiento, argumentación, intuición y generalización para resolver problemas originales.

Otra clasificación que conviene tener presente está relacionada con el momento en que se propone a los alumnos los problemas contextualizados (D'Amore, Fandiño y Marazzani, 2003). Se pueden proponer a continuación de un proceso de instrucción en el que se han enseñado los objetos matemáticos necesarios para la resolución del problema. En este caso, el objetivo es que sirvan, por una parte, como problemas de consolidación de los conocimientos matemáticos adquiridos y, por otra parte, para que los alumnos vean las aplicaciones de las matemáticas al mundo real. De acuerdo con Font (2006) y Ramos y Font (2006), a este tipo de problemas les llamaremos *problemas contextualizados evocados de aplicación* si son relativamente sencillos o *problemas contextualizados evocados de consolidación* cuando su resolución resulte más compleja. En ambos casos, se trata fundamentalmente de aplicar los conocimientos adquiridos previamente en el proceso de instrucción.

También se pueden proponer los problemas contextualizados al inicio de un tema o unidad didáctica con el objetivo de que sirvan para la construcción de los objetos matemáticos que se van a estudiar en esta unidad didáctica. En este caso, no se trata tanto de aplicar conocimientos matemáticos acabados de estudiar, sino que el objetivo es presentar una situación del mundo real que el alumno puede resolver con sus conocimientos previos (matemáticos y no matemáticos). Llamaremos a esta nueva categoría *problemas de contexto evocado introductorios* puesto que se proponen al inicio de un tema matemático y se han diseñado para que queden dentro de la zona de desarrollo próximo (en términos de Vygotsky). Su principal objetivo es facilitar la construcción, por parte de los alumnos, de los conceptos matemáticos nuevos que se van estudiar en la unidad didáctica. A su vez, estos problemas pueden ser más o menos complejos en función de los procesos de modelización que se pretendan generar.

4 . Consideración final

La planificación e implementación de una enseñanza contextualizada da pie a una sugerente agenda de investigación para la Didáctica de las Matemáticas (Font y Godino, 2006). Las cuestiones relevantes de dicha agenda que merecen ser investigadas son, entre otras, las siguientes: ¿Qué características han de cumplir los problemas contextualizados? ¿Cómo se consigue la emergencia de los objetos matemáticos a partir de los contextos? ¿Con las unidades didácticas contextualizadas se consigue que los alumnos sean competentes en la resolución de problemas contextualizados en otra materias o en ámbitos no escolares? ¿Es posible en las instituciones de secundaria implementar unidades didácticas contextualizadas que permitan una actividad de modelización «rica»? ¿Qué competencias necesitan los profesores para diseñar e implementar este tipo de unidades didácticas? ¿Cómo se relacionan este tipo de unidades didácticas con las formalistas y qué dificultades tienen los alumnos en la transición[5] entre estos dos tipos de unidades didácticas cuando pasan de la secundaria a la universidad? etc.

Referencias

[1] P. Abrantes, Mathematical competence for all: options, implications and obstacles. *Educational Studies in Mathematics* **47** (2001) 2, 125–143.

[2] M. Artigue, L'évolution des problématiques en didactique de l'Analyse, *Recherches en Didactique des Mathématiques* **18** (1998) 2, 231–262.

[3] D. Ausubel et al. *Psicología cognitiva. Un punto de vista cognoscitivo.* Mexico, 1976, Trillas.

[4] M. Civil, Entering Students Households: Bridging the gap between out-of-school and in-school mathematics, en A. Weinzweigh y A. Cirulis (eds.), *Proceedings of the 44th International Meeting of ICSIMT* , Chicago, 1992, ICSIMT, pp. 90–109.

[5] C. Coll, Marc curricular per a l'ensenyament obligatori. Barcelona, 1989, Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya.

[5]Por ejemplo, investigadores como Artigue (1998) se han preocupado por poner de relieve que la ruptura que se observa entre las configuraciones epistémicas de secundaria y las de la universidad es una de las causas importantes del fracaso académico de muchos estudiantes.

[6] B. D'Amore, *Problemi. Pedagogia e psicologia della matematica nell'attività di problem solving.* Angeli, Milano 1993.

[7] B. D'Amore & M.I. Fandiño Pinilla, Matemática de la cotidianidad. *Paradigma* **XXII** (2001) 1, 59-72.

[8] B. D'Amore & M.I. Fandiño Pinilla, Ejercicios anticipados y Zona de desarrollo próximo: comportamiento estratégico y lenguaje comunicativo en actividad de resolución de problemas. *Epsilon* **57** (2003) 357–378.

[9] J. Díez, *L'ensenyament de les matemàtiques en l'educació de persones adultes. Un model dialògic*, Tesis doctoral no publicada, Barcelona, 2004, Universitat de Barcelona.

[10] E. Dubinsky, Aplicación de la perspectiva piagetiana a la educación matemática universitaria. *Educación Matemática* **8** (1996) 3, 24–41.

[11] J. Evans, Problems of transfer of classroom mathematical knowledge to practical situations, en F. Seeger, J. Voigt y U. Waschescio (eds.), The Culture of the Mathematics Classroom, New York, 1998, Cambridge University Press, pp. 269-289.

[12] V. Font, Processos mentals versus competència, *Biaix* **19** (2001) 33–36.

[13] V. Font, Problemas en un contexto cotidiano. *Cuadernos de pedagogía* **355** (2006) 52–54

[14] V. Font & J.D. Godino, La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores, Aparecera en *Educaçao Matematica Pesquisa* **8** (2006) 1, 67–98.

[15] H. Freudenthal, *Didactical phenomenology of mathematical structures*, Dordrecht, 1983, Riedel-Kluwer A.P.

[16] C. Geertz, *Reflexiones antropológicas sobre temas filosóficos*, Barcelona, 2002, Paidós Studio.

[17] J.D. Godino, C. Batanero & V. Font, The Onto-Semiotic Approach to Research in Mathematics Education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* **39** (2007) 1-2, 127–135.

[18] N. González, R. Andrade & C. Carson, Creating links between home and school mathematics practices, en E. McIntyre, A. Rosebery y N. González (eds.), *Classroom diversity: Connecting curriculum to students' lives* , Portsmouth, NH, 2001, Heinemann, pp. 100–114.

[19] K.P.E. Gravemeijer, *Developing Realistic Mathematics Education.* Utrecht, 1994, CD-ß. Press / Freudenthal Institute.

[20] M. Jurdak, Real World, Situated, and School Contexts, *Educational Studies in Mathematics* **63** (2006) 3, 283–301.

[21] M. Jurdak & I. Shahin, An ethnographic study of the computational strategies of a group of young street vendors in Beirut, *Educational Studies in Mathematics Education* **40** (1999) 2, 155–172.

[22] M. Jurdak & I. Shahin, Problem solving activity in the workplace and the school: the case of constructing solids, *Educational Studies in Mathematics Education* **47** (2001) 3, 297–315.

[23] J. Kilpatrick, Understanding mathematical literacy: the contribution of research, *Educational Studies in Mathematics Education* **47** (2001) 1, 101–116.

[24] J. de Lange, Using and applying mathematics in education, en Bishop et al., *International handbook of mathematics education*, Dordrecht, 1996, Kluwer A.P., pp. 49–97.

[25] J. Lave, *Cognition in practice.* New York, 1988, Cambridge University.

[26] J. Lave & E. Wegner, *Situated learning: Legitimate peripheral participation.* New York, 1991, Cambridge University Press.

[27] M. Martínez, *Concepciones sobre la enseñanza de la resta: un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado*, Tesis doctoral no publicada, Barcelona, 2003, Universitat Autònoma de Barcelona.

[28] R. Noss, For a learnable mathematics in the digital cultures, *Educational Studies in Mathematics Education* **48** (2001) 1, 21–46.

[29] T. Nunes, A.D. Schliemann & D.W. Carraher, *Street mathematics and school mathematics*, New York, 1993, Cambridge University Press.

[30] OCDE, *Literacy in the Information Age*, París, 2000, OECD.

[31] OCDE, *Knowledge and skills for life: first results from Pisa 2000: executive summary,* París, 2001, OCDE.

[32] OCDE, *Learning for Tomorrow's World – First Results from PISA 2003,* París, 2004, OCDE.

[33] S. Pozzi, R. Noss y C. Hoyles, Tools in practice, mathematics in use, *Educational Studies in Mathematics Education* **36** (1998) 2, 105–122.

[34] A.B. Ramos & V. Font, Contesto e contestualizzazione nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. Una prospettiva ontosemiotica. *La Matematica e la sua didattica* **20** (2006) 4, 535–556.

[35] H.J. Reed y J. Lave, Arithmetic as a tool for investigating between culture and Cognition, en R. Casson (eds.), *Language, Culture and Cognition: Anthropological perspectives*, New York, 1981, Macmillan, pp. 437–455.

[36] S. Scribner, Studing working intelligence, en J. Lave y B. Rogoff (eds.), *Evereday cognition: its development in social context.* Cambridge MA, 1984, Harvard University Press, pp. 9–40.

[37] S. Scribner, Thinking in action: Some characteristics of practical thought, en R. Sternberg y R.Wagner (eds.), *Practical intelligence nature and origins of competence in the everyday world*, New York, 1986, Cambridge University Press, pp. 13–30.

[38] S. Vinner, The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics, en D. Tall (ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 65-81). Dordrecht, 1991, Kluwer A. P.

[39] L. Wittgenstein, *Philosophical investigations.* N. York, 1953, Macmillan.

Vicenç Font
Departamento de Didáctica de las CCEE y de la Matemática
Universidad de Barcelona
Correo electrónico: `vfont@ub.edu`