Entrevista a John F. Nash

por

Jose Luis Rodrigo

Esta entrevista se realizó en los primeros días de Diciembre de 2003. En varias ocasiones las respuestas del Profesor Nash se vieron complementadas con el uso de una pizarra. En este artículo hemos intentado simplificar los resultados matemáticos, concentrándonos en los puntos centrales evitando entrar en demasiados detalles técnicos. Cualquier imprecisión en este artículo es responsabilidad única del autor.

John Nash, en un carrera que se extendió esencialmente durante una década (1948-58) y que se vió truncada por la esquizofrenia, realizó contribuciones extraordinarias en campos muy diversos de las matemáticas como teoría de juegos, variedades algebraicas, geometría Riemanniana y ecuaciones en derivadas parciales.

Durante las tres décadas siguientes se sucedieron algunos internamientos en instituciones mentales, con algunos períodos de remisión en los que escribió dos artículos más. Al mismo tiempo que Nash caía en el olvido debido a su enfermedad, su trabajo ganaba enorme relevancia, no sólo en el mundo de las matemáticas, sino en aplicaciones a las ciencias sociales como la economía o la política e incluso en biología evolutiva. Su trabajo en teoría de juegos fue reconocido con el premio von Neumann en 1978, el nombramiento como miembro de la Asociación Americana de Econometría en 1990 y culminó con el premio Nobel en Economía en 1994. Posteriormente fue elegido miembro de la Academia Americana de las Artes y las Ciencias en 1995.

John F. Nash

A raíz del premio Nobel su popularidad creció exponencialmente especialmente tras la publicación del libro "Una mente maravillosa" de Sylvia Nasar y de su posterior adaptación al cine.

Desde principios de los 90 John Nash experimentó una recuperación sorprendente y en la actualidad tiene varios proyectos de investigación y recientemente ha publicado varios artículos.

Pregunta - Me gustaría empezar repasando sus primeros contactos con las matemáticas. ¿Qué recuerdos tiene? ¿Recuerda algún curso o profesor en especial?
Respuesta - Recuerdo que me gustaba jugar con números. En la escuela primaria cuando aprendíamos a multiplicar y dividir, yo siempre elegía números grandes, e intentaba realizar los cálculos mentalmente. Posteriormente, ya en el bachillerato, recuerdo un curso de geometría plana. El profesor era particularmente brillante en sus exposiciones.

P.- ¿Hay algún matemático en su familia?
R.- No, en mi familia no hay ningún matemático. Mi padre era ingeniero eléctrico, y en mi familia hay algún doctor, pero no matemáticos. Sin embargo algunos de los grandes matemáticos de la época, como von Neumann o Wigner, habían estudiado ingeniería química o física. En mi juventud, mi impresión era que uno no podía desarrollar una carrera profesional como matemático. Incluso cuando me trasladé a Carnegie Tech. para realizar mis estudios de licenciatura mi intención era estudiar ingeniería química.

P.- Teniendo en cuenta que no consideraba que tuvieran un futuro profesional, ¿qué cree que motivó su interés en las matemáticas?
R.- No lo sé, siempre me interesaron. Recuerdo haber leído el libro de E.T. Bell "Men of Mathematics" (Hombres de matemáticas), cuando tenía 14 ó 15 años. En él se describen de manera muy elocuente y atractiva las biografías de varios matemáticos famosos.

Recuerdo que mientras leía el libro obtuve mi propia prueba del pequeño teorema de Fermat ($n^p - n \equiv 0 \ (mod\, p)$ donde p representa un número primo). Recuerdo esa experiencia con un cariño especial.

P.- ¿Dónde desarrolló sus estudios universitarios?
R.- Desarrollé todos mis estudios elementales en Bluefield, aunque en los dos últimos años de bachillerato tomé cursos en una universidad cercana. En mi último año gané un beca patrocinada por White Westinghouse, una empresa de electrodomésticos asentada en Pittsburgh, para realizar la licenciatura en Carnegie Tech. (actualmente Carnegie Mellon). Mi intención al acudir a Carnegie era estudiar ingeniería química, quiza siguiendo los pasos de mi padre, pero pronto descubrí, tras un 'encuentro' con la asignatura de diseño técnico, que no era lo mío. Era demasiado tedioso y poco creativo para mi gusto. En aquel momento decidí cambiar de carrera y me matriculé en química, puesto que me parecía algo más científico, aunque de nuevo descubrí que era demasiado mecánico y en cierto sentido 'físico' (demasiadas pipetas y buretas) para mi gusto.

P.- ¿Como es que acabó en el departamento de matemáticas?
R.- Como le he dicho antes, una de las razones por las que no había elegido matemáticas desde el principio era por mi impresión de que no se podía

desarrollar una carrera profesional como matemático. Sin embargo, al plantearme abandonar mis estudios de química, varios miembros del departamento de matemáticas, entre ellos Rosenbach, Duffin y Synger, me persuadieron para aceptar su invitación para formar parte del departamento, convenciéndome de que era posible hacer una carrera profesional como matemático[1]. En aquella época el departamento no era extremadamente potente, al menos en comparación con Princeton, Harvard o Chicago, pero aun así tuve ocasión de obtener una buena educación en varias áreas.

P.- Sus ideas en teoría de juegos han tenido un gran impacto en economía. ¿Tomó algún curso en economía durante la licenciatura?
R.- Sólo uno, en mi último año de carrera. La motivación para tomar ese curso fue básicamente cultural. El curso era en 'Economía Internacional' y consideré que era una buena oportunidad para aprender sobre otras culturas. Tomé el curso poco después de acabar la segunda guerra mundial, en el año 47 ó 48. El curso me permitió aprender sobre relaciones internacionales en el período de la posguerra, y sin ninguna duda cambió el modo en que pensaba en el dinero.

P.- ¿Cree que este curso tuvo alguna influencia en el desarrollo de su teoría de juegos?
R.- Es muy díficil describir hasta que punto influyó en mi investigación en teoría de juegos, pero creo que es claro que tuvo cierto impacto. En particular me permitió entender el distinto tipo de economía a desarrollar en los paises dependiendo de su tamaño, entre otras cosas. Por ejemplo, en un país grande como es Estados Unidos, la defensa del modelo Keynesiano es en cierto sentido comprensible, pero sería muy difícil de entender en un país pequeño, como por ejemplo Luxemburgo, que durante mucho tiempo compartió moneda con Bélgica.

El artículo sobre el problema de la negociación se gestó durante mi último año de carrera, así que es muy posible que ese trabajo estuviese inspirado por el curso en economía aunque es muy difícil evaluar lo que a uno le pasa por la cabeza cuando tiene una idea. Posteriormente, desarrollé esas ideas durante mi etapa en Princeton.

P.- Hábleme de su etapa en Princeton, ¿por qué eligió ese departamento para sus estudios de doctorado?
R.- Solicité el ingreso en varios departamentos, entre ellos Chicago, Harvard y Princeton. No recuerdo si Chicago me aceptó o no, pero tanto Harvard como Princeton me aceptaron. La razón por la que acepté la oferta de Princeton es porque la beca que me ofrecían, la J. S. Kennedy, era más generosa que la oferta de Harvard y en general, me pareció que Princeton mostraba más

[1]Nota del autor: en las universidades americanas los estudiantes eligen carrera en su tercer año en la universidad, y en muchos casos, los departamentos compiten por captar a los mejores estudiantes.

interés por mí. Por cierto, que ese Kennedy no es de la misma familia que el presidente.

P.- ¿Qué recuerdos tiene de su tiempo en Princeton? ¿Tuvo algún contacto con los grandes matemáticos del momento?
R.- Princeton contaba con grandísimos matemáticos, como von Neumann, Einstein o Gödel.

Tuve encuentros tanto con Einstein como con von Neumann. Visité a Einstein en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton. Tenía interés en discutir con él varias ideas sobre física en las que había estado pensando. Eran ideas sobre radiación gravitatoria, que podían explicar el efecto de deceleración observado en los fotones y el fenómeno del "corrimiento al rojo" observado en el estudio del movimiento de las galaxias. Mi idea era encontrar una explicación alternativa a la explicación de estos fenómenos en base a la expansión del universo.

Mi idea era la siguiente, un fotón moviéndose a gran velocidad en un campo de fotones en reposo puede generar un campo de radiación gravitatoria, por medio del cual se disipa parte de la energía, con lo que se produce una deceleración en su movimiento. Uno puede observar un fenómeno análogo cuando un barco navega en el agua. Parte de la energía generada por el motor se disipa formando olas en la superficie del agua.

La respuesta de Einstein consistió en una 'invitación' a estudiar física seriamente si de verdad estaba interesado en desarrollar una nueva teoría.

En otra ocasión también conocí a von Neumann. Antes de solicitar una entrevista con él, había obtenido los resultados sobre el problema de la negociación[2]. Recuerdo que nada más describir el resultado que había probado él dijo, "eso es una aplicacion trivial del teorema del punto fijo, ¿no?", lo cual era totalmente cierto. Posteriormente entendí la razón por la que fue capaz de realizar esa conexión tan rápidamente. En mi prueba yo había hecho uso de una versión del teorema del punto fijo desarrollada por Kakutani, que había sido inspirada por von Neumann, como una generalización del teorema del punto fijo de Brouwer.

Como detalle le diré que la posterior aplicación del teorema de Kakutani a problemas relacionados con economía le valió el premio Nobel de economía a Arrow y Debreu, de forma independiente.

P.- En su período en Princeton usted desarrolla la mayor parte de su trabajo en teoría de juegos, pero ¿qué desencadenó su interés en teoría de juegos?
R.- Supongo que la reciente publicación del libro de von Neumann y Morgenstein, en el que se sentaban las bases para el estudio matemático de la teoría de juegos tuvo gran influencia. También, el hecho de que hubiera varios miembros del departamento como Kuhn y Tucker interesados en problemas de

[2]Este problema también se conoce en la literatura en castellano como el problema del regateo, del inglés "bargain".

programación lineal, en conexión con teoría de juegos influyó. Además, había tenido varias ideas relacionadas con estos temas desde que había participado en el curso de Economía Internacional en Carnegie Tech. Supongo que en ese contexto la decisión de trabajar en teoría de juegos parece natural.

P.- Esas primeras ideas se cristalizaron en un primer artículo que aborda el problema de la negociación. ¿Podría describir el problema?

R.- Este es un ejemplo de un juego cooperativo, con dos jugadores, en el que la 'colaboración' entre los jugadores conduce a una solución más beneficiosa para ambos. La teoría creada por Von Neumann describe los juegos no-cooperativos, del tipo denominado 'suma cero', en los que participan sólo 2 jugadores. Es decir, aquellos juegos en los que la ganancia de un jugador produce una pérdida de igual cuantía en el otro jugador. Sin embargo, esta teoría parece muy difícil de aplicar a problemas cotidianos, en los que la cooperación de los participantes parece evidente.

En particular, me interesaba crear una teoría matemática que permitiera entender el problema del regateo en la negociación por la compra de un bien. Otras posibles interpretaciones o aplicaciones son la evolución de monopolios bilaterales, la negociación entre dos naciones o entre un trabajador y su jefe. En mi tesis doctoral se presentan una serie de axiomas que un juego debe satisfacer, de manera que dicho juego tenga una solución 'natural'. En particular, uno puede describir, de forma simplificada, el modelo de la negociación de la siguiente manera. A cada uno de los jugadores se le asocia una función, denominada de utilidad. Esta función representa, para cada valor (precio), el beneficio obtenido por el jugador si se alcanza un acuerdo a dicho precio. Las variables que entran en esta función pueden ser de muchas índoles, dependiendo de la situación considerada. El siguiente paso consiste en la normalización de dichas funciones de utilidad. Su valor debe ser 0, en el caso de que no se alcance un acuerdo.

La solución natural al problema de la negociación se obtiene al maximizar el producto de las funciones de utilidad, cuando ambas son positivas, es decir, cuando se ha alcanzado un acuerdo.

P.- Después de graduarse en Princeton pasó algunos veranos en la corporación RAND donde siguió trabajando el teoría de juegos. ¿Cómo fue su experiencia?

R.- Fui consultor para la corporación durante los tres veranos posteriores a mi graduación. Acepté su oferta principalmente porque era muy generosa económicamente y porque me permitía gran libertad para continuar mi investigación en teoría de juegos. De hecho, es allí donde se gestó mi trabajo en juegos no-cooperativos, con la introducción del concepto del punto de equilibrio.

También participé en algunos experimentos sobre teoría de juegos. Uno de ellos, junto con John Milnor (Medalla Fields) fueron publicados en el libro "Decision Processes" y recientemente reimpresos en "Essays on Game Theory".

P.- Los resultados obtenidos en esos juegos, ¿confirmaban la teoría?

R.- En algunos casos sí y en otros no. De hecho creo que hay muchas variables que uno no controla al realizar ese tipo de experimentos. En particular, el número de veces que se repite el juego influye mucho en la aproximación a la teoría, y también la educación del jugador. Como se puede imaginar el resultado en el regateo depende de la habilidad de los jugadores.

Fue una experiencia interesante. Yo siempre había estado interesado en la aplicación de la teoría de juegos, en especial porque la teoría de von Neumann y Morgensten no ofrece predicciones.

Siempre he creído que la teoría representa el resultado obtenido por jugadores absolutamente racionales e increiblemente brillantes. En cierto sentido predice el resultado al considerar el límite con jugadores cada vez más y más racionales. Al menos ésa era una de las principales ideas que yo tenía en mente al desarrollar la teoría. Como se puede imaginar no se puede extrapolar nada de un juego con niños. Al menos ésa no es la teoría que yo quería desarrollar.

P.- Su trabajo en el problema de la negociación no es su única aportación a la teoría de juegos. De hecho, el premio Nobel le fue concedido por su trabajo en juegos no-cooperativos. ¿Podría describirnos este trabajo y en particular el concepto de "punto de equilibrio"?

R.- Mi intención era desarrollar una teoría para juegos con n jugadores, extendiendo la teoría de von Neumann, que sólo se aplica a 2 jugadores y juegos de 'suma cero'. Este trabajo constituyó mi tesis doctoral. Cada jugador tiene un conjunto de estrategias $(S_i, i = 1,..,n)$ a su disposición. La elección de las estrategias por parte de los jugadores es simultánea. Además, por cada jugador, existe una función $p_i(s_1, ..., s_n)$, denominada de utilidad, donde $(s_1, ..., s_n) \in S_1 \times ... \times S_n$, que mide las preferencias de cada jugador por cada uno de los posibles resultados (que quedan determinados exclusivamente por la elección de estrategias).

El objetivo del jugador *racional* i es elegir su estrategia s_i de manera que maximice su función de utilidad $p_i(s_1, ..., s_n)$, suponiendo que el resto de jugadores elegirán las que maximicen su correspondiente función p_j.

En este contexto uno dice que una n-upla $(s_1, ..., s_n) \in S_1 \times ... \times S_n$ es un punto de equilibrio del juego si ningún jugador puede mejorar el valor de su función de utilidad p_i cambiando su estrategia s_i, si el resto de los jugadores mantienen las suyas $s_j, j = 1, ..., \hat{i}, ...n$.

La teoría desarrollada no dice en absoluto que éste sea el resultado óptimo para el juego[3]. Al contrario, se debe interpretar como el resultado que se obtendría en ese juego si la cooperación entre los jugadores es nula y cada uno persigue maximizar su beneficio.

[3]En un juego que simula una guerra nuclear, uno de los puntos de equilibrio es el ataque de cada jugador a todos los demás, concluyendo con la destrucción total.

En la teoría que yo desarrollé se presentan una serie de axiomas para este tipo de juegos, de manera que exista al menos un punto de equilibrio. Las hipótesis principales son las siguientes: los conjuntos de estrategias S_i deben formar un símplex de dimensión finita y cada función de utilidad $p_i(s_1, ..., s_n)$ debe ser lineal en cada variable s_i cuando se mantienen fijas el resto de las variables[4].

P.- Tengo entendido que durante su período en Princeton, los miembros del departamento jugaban muy frecuentemente al ajedrez, go o Kriegspiel, y que de hecho usted llegó a inventar su propio juego.

R.- En el departamento existía, y todavía sigue existiendo, la tradición de la hora del té, donde el departamento se reunía a las 4 de la tarde para tomar té. Era en ese momento cuando se celebraban partidas de go, ajedrez, kriespiegel, poker y algun otro juego de cartas. Yo siempre he sido aficionado a este tipo de juegos, y de hecho inventé un juego, que al principio se denomino John o Nash, pero que posteriormente con la colaboración de David Gale se comercializó como Hex. Sin embargo el juego no se convirtió en muy popular, y no sé si comercializa en la actualidad.

P.- ¿Cómo se juega al Hex?

R.- El tablero es un rombo, "embaldosado" con hexágonos. En principio las dimensiones del tablero (número de casillas en cada lado) no están determinadas en las reglas; en el departamento solíamos jugar en un tablero con 14 hexágonos de lado, para hacerlo más interesante.

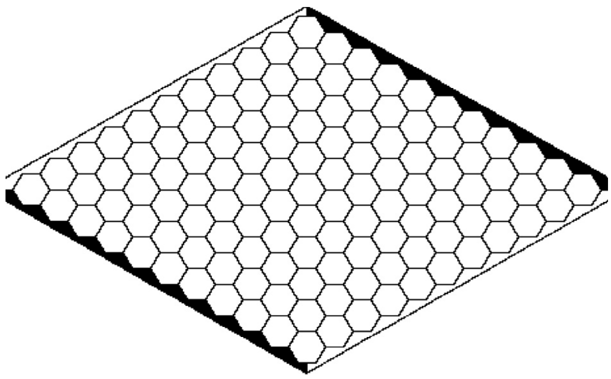

Figura 1: Tablero de Hex

[4]Esta última hipótesis proviene de los trabajos de von Neumann y su veracidad en modelos prácticos es motivo de gran controversia.

Dos lados opuestos del rombo estan marcados en color negro y los otros dos de color blanco. Un jugador juega con fichas de color negro y otro con fichas de color blanco. Cada jugador coloca una ficha en el tablero en cada turno, con el objetivo de formar una 'cadena' uniendo los lados opuestos del tablero correspondientes al color de su ficha.

P.- ¿Qué le movió a diseñar este juego?

R.- En aquella época estaba interesando en cuestiones de topología, y quería desarrollar un juego con un cierto componente topológico. Es evidente que no puede haber dos curvas, una uniendo los lados de color negro y otra los lados de color blanco, que no intersequen. De hecho demostré que el primer jugador en poner un ficha posee una estrategia ganadora, aunque la prueba es no constructiva.

P.- ¿Podría describir la prueba?

R.- La prueba es bastante sencilla, aunque requiere del uso del Teorema de Zermelo para probar la existencia de una estrategia ganadora para el juego. Suponga que la estrategia ganadora fuera para el segundo jugador. Entonces el primer jugador podría hacer un movimiento al azar y después seguir la estrategia dictada por el segundo jugador. Puesto que su primer movimieto no le puede perjudicar (añade una pieza de su color), debería ganar. Esto contradice la hipótesis de que exista una estrategia ganadora para el segundo jugador.

El argumento para probar la existencia de una estrategia ganadora para el juego es el siguiente. La primera observación es que si el tablero esta completamente cubierto de fichas después de una partida, entonces debe existir al menos una 'cadena' de fichas blancas o una cadena de fichas negras, pero no las dos. Este es un argumento puramente topológico. Esto fuerza a que el juego sólo tenga dos posibles finales, ganan las fichas blancas o las negras. El teorema de Zermelo afirma que para todo juego con sólo dos posibles finales, con dos jugadores, que mueven de forma alternativa y con información de las jugadas anteriores al realizar sus movimientos, existe una estrategia ganadora.

P.- Después de terminar su tesis su primer trabajo académico fue en Cambridge, en el MIT. ¿Por qué eligió esa universidad?

R.- Era una de las mejores oportunidades que se me ofrecieron. La posición, C. L. E. Moore Instructorship, es una posición con una carga académica muy aceptable y recuerdo que varios matemáticos, entre ellos Felix Browder, me animaron a que aceptara ese puesto.

P.- Continuemos con sus otras aportaciones a las matemáticas. Hablemos de su trabajo en variedades algebraicas.

R.- Ese trabajo comenzó mientras era estudiante de doctorado. No estaba seguro de que mi trabajo en teoría de juegos fuera aceptado como tesis doctoral y había comenzado este otro proyecto como precaución. Posteriormente, continué trabajando en ese proyecto en el MIT.

En aquel momento mi interés no era estudiar geometría algebraica como tal, en cambio, simplemente, estaba pensando sobre variedades, intentado describirlas de alguna manera, algo similar a la triangulación de una variedad. Es decir, cómo elegir puntos (dentro de un espacio euclídeo), y cúantos, de manera que uno pueda describir de forma efectiva una variedad. Esencialmente, esas ideas se desarrollaron en la obtención de un conjunto de ecuaciones algebraicas que describen la variedad.

Yo conocía el trabajo de Seifert, que había conseguido obtener aproximaciones para cierto grupo de variedades; mi idea original era obtener una generalización de esos resultados.

El resultado principal dice lo siguiente: toda variedad diferenciable k-dimensional, compacta y suave puede ser realizada como un pliego de una variedad real algebraica contenida en $\mathbb{R}^{2k+1}$. Este teorema se complementa con una caracterización de la realización de la variedad a través de un álgebra de funciones con valores reales.

P.- Uno de sus resultados más conocidos son los teoremas de inmersión isométrica para variedades Riemannianas compactas. Podría explicar este resultado.
R.- En aquel momento yo me encontraba en el MIT. Conocía la existencia del problema, y recuerdo que varios profesores trataron de disuadirme de trabajar en él. En especial recuerdo a W. Ambrose, y me tomé la resolución del problema como un reto personal.

El primer resultado que obtuve es el conocido como C^1. Los resultados contenidos en ese artículo son los siguientes

- Para toda variedad diferenciable compacta de dimensión n existe un embebimiento isométrico (*isometric embedding*) C^1 en $\mathbb{R}^n$.
- Para toda variedad diferenciable de dimensión n existe una inmersión C^1 en $\mathbb{R}^{2n}$ y un embebimiento isométrico en $\mathbb{R}^{2n+1}$.
- Si una variedad diferenciable de dimensión n tiene una inmersión o un embebimiento C^∞ en $\mathbb{R}^k$ con $k \geq n+2$, entonces también tiene una inmersión isométrica o embebimiento isométrico en $\mathbb{R}^k$.
- Si una variedad diferenciable de dimensión n, abierta tiene una inmersión (o embebimiento) C^∞ en $\mathbb{R}^k$ con $k \geq n+2$, entonces también tiene una inmersión isométrica (o embebimiento isométrico) en $\mathbb{R}^k$.

Desafortunadamente, el método utilizado en la construcción de las inmersiones isométricas no permite el control de las segundas derivadas, con lo que el resultado no se puede extender al caso C^2.

El otro resultado concierne la inmersión con mayor regularidad. Mientras que en el caso C^1 la dimensión necesaria era $2n$ (ó $2n+1$) en este caso el resultado obtenido requiere de un incremento mucho mayor. Los resultados que obtuve son los siguientes:

- Toda variedad Riemanniana compacta de dimension n y con una métrica C^k-regular ($k \geq 3$) y positiva tiene un embebimiento isométrico en $\mathbb{R}^m$ con $m \geq \frac{n}{2}(3n+11)$.

- Toda variedad Riemanniana de dimensión n y con una métrica C^k-regular con $k \geq 3$ tiene un embebimiento isométrico en $\mathbb{R}^m$ con $m \geq \frac{3}{2}n^3 + 7n^2 + \frac{11}{2}n$.

P.- En la prueba del caso C^∞ usted introduce una técnica que posteriormente ha adquirido gran relevancia, y que actualmente se conoce como Nash-Moser.
R.- A grandes rasgos la idea principal es la siguiente. En el intento de aplicar un proceso iterativo (similar al modelo de Newton) para obtener la solución a ciertas ecuaciones en espacios de funciones, uno afronta el problema de la pérdida de regularidad, de manera que parece imposible concluir el argumento. Suponga que tiene cierto operador differencial de orden 5, y que empieza la iteración con una función que tiene 20 derivadas. Si en cada iteración pierde 1 derivada, después de 16 iteraciones la función obtenida tiene una regularidad inferior a la requerida por su operador, con lo que no se puede seguir iterando. Sin embargo, es posible introducir un operador regularizador que se aplica al concluir cada iteración, de manera que se resueve el problema.

Ésta es una versión muy simplificada, pero contiene la esencia del resultado.

P.- Posteriormente su interés se centró en las ecuaciones diferenciales. ¿Podría describirnos sus resultados?
R.- Sí, estaba interesado en entender ecuaciones provinientes de la mecánica de fluidos, especialmente fluidos compresibles, en los que se tiene en consideracion la conducción del calor. Este último punto es lo que hace que la ecuación tenga una estructura parabólica. Unos de los ingredientes necesarios para la comprensión de dichas ecuaciones es la obtención de estimaciones a priori.

Ese es el tema central de mi trabajo en ecuaciones diferenciales. En mi artículo también obtengo ciertas estimaciones a priori para ecuaciones elípticas. La idea es considerar una ecuación elíptica como una solución estacionaria de un problema parabólico. Uno puede pensar en los siguientes términos: una ecuación elíptica podría describir un estado de 'equilibrio' para la distribución de la temperatura.

P.- En su artículo sobre estimaciones a priori para ecuaciones elípticas y parabólicas menciona el problema de la comprensión del fenómeno de la turbulencia como uno de los más importantes en matemáticas. ¿Mantiene la misma opinión?

R.- Sí, todavía lo creo. De hecho, la resolución de Navier-Stokes forma parte de los siete problemas elegidos por el instituto Clay, premiados con un millón de dolares por su resolucion. Sin embargo, las ecuaciones de Navier-Stokes no son sino una idealización matemática de la realidad, y no está claro hasta que punto la representan. Por ejemplo, los modelos que yo consideraba en los años 50 eran modelos compresibles, que tomaban en consideración la conducción del calor y que conducen al estudio de ecuaciones distintas de las de Navier-Stokes.

P.- Si no me equivoco ese fue su último artículo antes de abandonar la universidad. ¿Es eso cierto?
R.- Sí, está en lo cierto. En la primavera de 1958 comenzó un período de mi vida marcado por la esquizofrenia. Dimití del puesto en el MIT, justo antes de tomar posesión como catedrático en el MIT, algo que iba a suceder después del verano[5]. Posteriormente publiqué otros dos artículos, uno en 1962 sobre el problema de Cauchy para las ecuaciones de un fluido general, y otro en 1966 sobre teoremas de función implícita.

P.¿Qué otros problemas abiertos considera especialmente importantes?
R.- Es muy difícil destacar uno o dos. Supongo que elegiría la hipótesis de Riemann o el problema P-NP. El primero es quizá más clásico y tiene componentes más románticas, pero el segundo creo que puede tener mayores implicaciones en las aplicaciones.

P.- ¿Cúal cree que es el futuro de la teoría de juegos? ¿Qué problemas considera más relevantes?
R.- Quizá la comprensión de un modelo para problemas de negociación con más de dos jugadores. En general, la comprensión de los juegos cooperativos con más de dos jugadores.

Sin embargo a la hora de aplicar estos modelos, el problema más importante es el del balance entre la teoría de juegos y la propia psicología de los participantes.

Otro de los problemas más interesantes está relacionado con los ordenadores, en particular con el modo en que son programados para jugar al ajedrez por ejemplo. He seguido con mucho interés los sucesivos enfrentamientos entre Kasparov y Deep Blue y sus posteriores versiones. Sorprendentemente resulta mucho más difícil 'enseñar' a jugar go a un ordenador. En estos momentos, cualquier muchacho con no demasiado entrenamiento podría derrotar a cualquier ordenador jugando go.

P.- ¿Considera que hay problemas abiertos, de relativo interés, que pueden ser resueltos por un joven de 14 o 15 años, sin demasiada educación matemática?
R.- Creo que sí. Se han dado casos como Ramanujan por ejemplo que realizaron grandes descubrimientos muy jóvenes y sin demasiada formación en

[5]John Nash nunca tuvo plaza fija de *Professor* ("tenure position") en ninguna universidad.

matemáticas. Es posible que ciertos problemas requieran de una completa reinterpretación, y que una mente que no haya estudiado los resultados conocidos y trate de utilizar las mismas técnicas pueda resolverlo.

P.- Uno de los rumores acerca de su persona es que no acudía a clases o seminarios y que una vez descubierto un problema, prefería no consultar la literatura y en su lugar redescubrir los resultados conocidos.
R.- Es sólo relativamente cierto. Quizá el no asistir a muchos seminarios me impidió expandir mis conocimientos en algunas áreas. Además el hecho de que yo lo hiciera no quiere decir que necesariamente sea lo mejor.

P.- Siempre se ha dicho que una de sus mayores obsesiones es la búsqueda de soluciones a los problemas más difíciles del momento. ¿Cómo elije los problemas en los que trabaja?
R.- Eso no es del todo cierto. Si no, habría dedicado toda mi vida a probar la conjetura de Riemann, lo que podría haber acabado en una pérdida total de mi tiempo. Sin embargo, si es cierto que he tratado de elegir problemas importantes en los que me parecía que podía tener la oportunidad de realizar una contribución.

P.- De entre todos sus trabajos, ¿con cuál se siente más satisfecho?
R.- Es difícil decidir, quizá el artículo sobre variedades algebraicas es particularmente elegante y de gran belleza. Sin embargo el trabajo que más influencia ha tenido es mi tesis doctoral, con la teoría del equilibrio. Quizá es menos técnico, y se trata más bien de un descubrimiento, pero desde luego es mi trabajo con mayor impacto.

P.- ¿Cuáles son sus projectos de investigación actuales?
R.- Tengo un proyecto, patrocinado por la división de economía de la Fundación Nacional de Ciencias (NSF) para investigar modelos de negociación. En particular estoy intentando desarrollar un modelo matemático para un juego de poker con 3 jugadores, teniendo en mente la extensión a más jugadores. Es el problema análogo a la negociación, pero con más jugadores.

Además sigo trabajando en relatividad, desarrollando varias ideas en las que empecé a trabajar a principios de los noventa. He descubierto una ecuación que representa una generalización a las ecuaciones de Einstein. Por ejemplo, siempre que la ecuacion de Einstein en el vacío se verifica, la misma solución satisface la ecuación que estoy estudiando. Estudios similares han sido conducidos por Brans y Dicke.

P.- Usted recibió el premio Nobel en 1994. ¿Cómo le ha cambiado la vida este premio?
R.- Radicalmente. Me ha permitido volver a establecerme en el mundo de las matemáticas, volver del cierto retiro al que me había forzado la esquizofrenia. Antes de ganar el premio Nobel no tenía un despacho en el departamento de

matemáticas. También, me ha permitido verme envuelto en numerosas actividades académicas que de otra manera hubieran sido imposibles.

P.- Si me permite que le pregunte, ¿qué le parecen el libro y la película dedicados a su persona?
R.- La biografía de Silvia Nasar es una biografía no autorizada. Ella había escrito algunos artículos de prensa sobre mí con muy buena acogida y me propuso escribir un libro. En aquel momento no me pareció una buena idea y decidí no colaborar con ella en el libro. Sin embargo, ella contactó con muchas personas de mi familia, amigos y matemáticos y documentó el libro convenientemente.

Al contrario que con el libro, con la película si que estuve personalmente involucrado. Creo que es una buena película, como corroboran los cuatro Oscars que ha obtenido. Por supuesto no representa la realidad absoluta, pero es natural que se permitan ciertas licencias, para incrementar el atractivo de la película.

P.- Es común entre los matemáticos más famosos una gran habilidad en lo concerniente a la música. ¿Es ese su caso?
R.- Mi educación musical es muy escasa, desafortunadamente. Quizá se deba a que mi madre tenía problemas auditivos, con sordera total en uno de sus oidos. A pesar de ello, si que he estado interesado en la música. En cierto momento, traté de desarrollar otro sistema para escribir música, una posible alternativa al pentagrama. Quería desarrollar una notación, basada especialmente en la duración de cada una de las notas, de manera que fuera más eficiente a la hora de utilizar un ordenador para almacenar o tocar dicha composición. En especial, estaba interesado en adaptar este sistema al piano, aunque al final abandoné el proyecto, después de constatar la altísima eficiencia del sistema actual.

P.- Ya le he robado demasiado tiempo. ¿Cree que le veremos en Madrid en el Congreso de Matemáticos en 2006?
R.- No lo sé, pero todo es posible.

José Luis Rodrigo
Mathematics Deparment
Princeton University
Correo-electrónico: `jrodrigo@math.princeton.edu`