Aspectos Matemáticos en las elecciones a Claustro Universitario de acuerdo con la LOU

por

V. Ramírez González y A. Palomares Bautista

Este trabajo parte de un breve análisis de los sistemas electorales universitarios para la elección del Claustro en la época de la LRU, en el que se observan algunos aspectos poco deseables. Entre ellos cabe destacar la facilidad de manipular las elecciones en circunscripciones grandes por parte de los propios candidatos, o que existan universidades en las que algunos profesores no pueden votar a candidatos de su propio departamento. Asimismo se analiza la normativa electoral contemplada en la LOU y se hacen sugerencias sobre el sistema electoral para el Claustro Universitario de acuerdo con la nueva ley y tendentes a paliar la manipulación y las limitaciones en dicha elección. A continuación se justifica el método de reparto proporcional propuesto, el de St. Laguë y se demuestra que es imparcial. También se justifica el método de elección social propuesto, uno de tipo Borda, y finalmente se realizan simulaciones con datos de la Universidad de Granada.

1. Introducción

En las universidades es necesario realizar muchas elecciones. Unas son para órganos unipersonales (rector, decanos, directores de centros y de departamentos, etc.), otras son para elegir órganos colegiados (Claustro, Juntas de Centro, Consejo de Departamento, etc.). Además, en estas últimas, si existe más de una circunscripción electoral, es necesario realizar un reparto de la representación, esto es, determinar cuántos representantes deben corresponder a cada circunscripción.

Así pues, problemas de elección social y de reparto proporcional surgen con gran frecuencia en las elecciones universitarias y, al no existir métodos perfectos para resolverlos satisfactoriamente, parece lógico que cada elección sea analizada con detalle con objeto de fijar un método aceptable en cada caso.

Sin embargo, no ha sido así en el pasado. De hecho, un mismo método de elección social se ha venido utilizando en casi todas las universidades y, dentro de una misma universidad, en todos los centros y sectores: el voto múltiple. A pesar del uso generalizado de este método de elección de representantes, nunca se ha dado una justificación del mismo, ni se ha realizado un análisis comparativo con otros métodos, ni se ha previsto su vulnerabilidad frente a la manipulación de los propios candidatos.

Además, la uniformidad que representa el uso casi exclusivo del voto múltiple esconde importantes agravios. Así, por ejemplo, el director de un centro pequeño que sea circunscripción electoral para el Claustro, donde se deba elegir tan sólo uno o dos representantes, tiene muchas posibilidades de salir elegido, mientras que el decano o el director de un centro grande donde cada elector pueda dar su voto a 30 o 40 candidatos tiene que superar el efecto de la manipulación que pueden realizar un grupo de candidatos, consistente en votarse entre sí y, por tanto, cada miembro del grupo parte con 30 o 40 votos de ventaja frente a los demás candidatos.

1.1. Consecuencias de la LOU

La entrada en vigor de la LOU obliga a realizar modificaciones en la forma de elegir algunos órganos de gobierno de la Universidad. Así, la elección del rector no es competencia del Claustro, como ocurría hasta ahora, sino de toda la comunidad universitaria, con un voto ponderado por sectores. El tamaño del Claustro se limita a trescientos representantes (aparte del rector, el gerente y el secretario general) y los sectores que se establecen son cuatro: profesores numerarios doctores, restantes profesores investigadores, alumnos y PAS. El primer sector tendrá un peso no inferior al 51%.

El Claustro es el máximo órgano representativo de la Universidad y elige al 40% del Consejo de Gobierno.

La ley establece que serán los estatutos de cada Universidad los que fijen la composición y modo de elección de las Juntas de Facultad o Escuela, con una salvedad: el voto válido del sector primero tendrá un peso no inferior al 51%. Los estatutos también determinarán la elección de su decano o director. La elección de director de departamento sigue estando encomendada al Consejo de Departamento.

El primer Claustro, tras la entrada en vigor de la LOU (Enero de 2002), ya se ha elegido y tiene carácter constituyente. La normativa que cada Universidad haya establecido para la elección del Claustro constituyente posiblemente se consolide como el sistema electoral futuro de esa Universidad; y además es muy probable que el sistema electoral que se establezca en los estatutos para las elecciones a Juntas de Centro sea una réplica del que se adopte para el Claustro. De ahí que esta normativa provisional para la elección del primer Claustro pueda tener una importancia trascendental.

A pesar de ello no han existido debates de fondo para analizar diferentes alternativas de sistema electoral. En unos casos se ha establecido un modelo muy parecido al existente; en otros se ha pasado de un sistema basado en circunscripciones por centros a circunscripción única y voto múltiple en los dos sectores en que participa el profesorado, sin analizar las consecuencias de esos cambios frente a la organización de grupos de candidatos que acuerdan emitir un 'voto estratégico'. En algún caso pueden surgir sorpresas debidas a esa manipulación. Pero aún se está a tiempo de establecer, en los nuevos estatutos en cada universidad, una normativa electoral más satisfactoria.

1.2. Principales aspectos a considerar en la normativa para la elección del Claustro

La LOU ha fijado unos límites para el tamaño del Claustro y del primer sector pero, evidentemente, el tamaño del Claustro puede ser inferior a 300 y el sector primero puede tener una representación superior al 51%. Además un sector puede dividirse en subsectores. Todo ello, junto con los métodos de reparto y modos de escrutinio, debe constituir la normativa electoral que, fundamentalmente, contemplará lo siguiente:

a) Tamaño del Claustro y porcentaje de representación de cada sector o subsector.

b) Circunscripciones electorales para cada sector o subsector.

c) Método para determinar el tamaño de cada circunscripción, si hay más de una, y las limitaciones que se consideren oportunas relativas a representación de centros, departamentos, subsectores, etc.

d) Modo de votación y de recuento de votos (o puntuación de los candidatos).

1.3. Objetivos de este trabajo

En este trabajo analizaremos sólo la elección del Claustro Universitario, porque es la más importante, la que más complejidad entraña y porque, posiblemente, las elecciones a Junta de Centro se rijan por un sistema similar al que se establezca para el Claustro. El análisis va acompañado de propuestas, la mayoría de las veces respaldadas por propiedades matemáticas de las fórmulas que se recomiendan, y simulaciones de resultados. Por el interés social que puede tener se ha procurado escribirlo usando la mínima terminología matemática y tratando de hacer su lectura asequible para cualquier miembro de la comunidad universitaria.

Nos centraremos principalmente en aquellos aspectos del sistema electoral que tienen una mayor justificación matemática. Por tanto, en cuanto al apartado a) nos limitamos a usar unas cifras teóricas para poder simular resultados. Por ejemplo, supondremos que el tamaño del Claustro es de 300 representantes y trabajaremos con un número concreto de representantes de cada sector. Normalmente estos datos no coincidirán con los de universidad alguna, pero las diferencias no deben importar para la lectura del trabajo, pues es fácil introducir los cambios que correspondan a cada Universidad para obtener una simulación aplicable.

Las circunscripciones deben ser definidas. Lo más sencillo es hacerlas coincidir con los centros, los departamentos, las titulaciones o bien establecer una circunscripción única. Aquí se propone la circunscripción por centros para el sector de alumnos y circunscripción única en los otros tres sectores, con ciertas restricciones en el sector primero. Aunque esta opción se justifique por las peculiaridades de la Universidad de Granada y pueda servir para otras muchas, también puede haber universidades para las que sea más adecuado usar como circunscripción para los alumnos la titulación correspondiente (para las que el número de titulaciones no sea muy elevado), o bien usar para los sectores primero y segundo el centro como circunscripción (por lo que cada departamento esté íntegramente contenido en algún centro).

Lógicamente, son los problemas presentados en los apartados c) y d) a los que las matemáticas dan una respuesta más clara, siempre que se establezcan las propiedades que se desean para los repartos proporcionales y para la elección social. Constituyen el objetivo primordial del trabajo. A lo largo del mismo utilizaremos como fórmula de reparto proporcional con requisitos mínimos la de St. Laguë, y como método de elección social el de tipo Borda con pesos 1, 1/3, 1/5, ..., etc. En el apartado quinto se justificarán ambas elecciones.

Un breve análisis del sistema electoral usado en el pasado en la mayoría de las universidades puede servirnos para introducir cambios tendentes a mejorar aquellos aspectos que hayan sido más cuestionados en la normativa electoral de los últimos años. Existe un abanico de universidades muy diferentes en tamaño y estructura, cada una con su propio sistema electoral. Sin embargo han existido muchas coincidencias en los sistemas electorales de las mismas, entre las que cabe destacar el modo de votación y escrutinio.

2. Observaciones sobre los sistemas electorales universitarios en la época de la LRU

En las universidades públicas españolas ha habido heterogeneidad de sistemas electorales en la etapa de la LRU. Cabe destacar lo siguiente:

2.1. Circunscripciones electorales

Los centros han sido la circunscripción más frecuente en el sector profesorado. En el alumnado las circunscripciones han sido los centros en unos casos y las titulaciones en otros; sin embargo, el PAS ha concurrido normalmente bajo una sola circunscripción.

No obstante para el profesorado también se han considerado otras circunscripciones. Así, por ejemplo, una de las universidades más recientes, la de Jaén, optó por los departamentos como circunscripciones para el profesorado; la Universidad de Alcalá de Henares estableció cuatro circunscripciones electorales para el profesorado, y la Universidad de La Laguna un colegio electoral único por sector.

Por tanto, la estructura departamental recogida en la LRU no derivó en el uso de los departamentos como circunscripciones electorales para el profesorado, salvo escasas excepciones.

Sin embargo, el hecho de que las circunscripciones consideradas hayan sido los centros ha forzado al profesorado de algunas universidades a tener que optar por uno de los centros en los que impartiese docencia. Por ejemplo, en la Universidad de Granada cada profesor que impartía docencia en varios centros elegía aquel al que se adscribía a efectos electorales y, por tanto, podía votar sólo a candidatos de ese centro. Por ejemplo, un profesor de Matemática Aplicada de Granada no podía votar a candidatos de su propio departamento si estaban adscritos a cualquiera de los otros cinco centros diferentes del elegido por él, en los que el departamento imparte docencia. Esto no es lógico, puesto que los intereses del profesorado están muy relacionados con su área, y por tanto con su departamento, tanto o más como con el centro en el que imparta docencia.

2.2. Método de reparto de representantes entre circunscripciones

Los representantes del profesorado y de los alumnos en el Claustro se han repartido entre las circunscripciones en proporción al número de electores de cada una, garantizando representación a todos. El método más usado ha sido el de los restos mayores, o de Hamilton, uno de los peores que se puede elegir porque es el que conduce a mayor número de paradojas, como puede verse en el apartado quinto.

2.3. Método de elección de representantes en cada circunscripción

En lo concerniente al procedimiento de votación y asignación de representantes, el *voto múltiple* ha sido el más usado, en todos los sectores, en las elecciones a Claustro en las Universidades, si bien los porcentajes para calcular a cuántos se puede votar varían sensiblemente.

La modalidad de voto múltiple permite que cada elector vote a varios candidatos. Todos están en una misma lista. En algunas universidades el número de candidatos que se permite votar es el 75% (redondeado por exceso) del total de puestos a cubrir en la correspondiente circunscripción, en otras universidades es el 80% y en ocasiones ha llegado al 100%. En este último caso, es evidente, que la mitad más uno de los votantes pueden conseguir el 100% de la representación. Pero en los otros casos con menos del 60% de los votos también se consigue la totalidad de los representantes.

Existen excepciones. Una de las más interesantes es de nuevo la Universidad de Jaén, que estableció el recuento correspondiente a un método de tipo Borda. Otras universidades han optado por el sistema de representación proporcional a listas (desbloqueadas) de candidatos, asignando los puestos a los más preferidos de cada lista, como es el caso de Zaragoza para el sector profesorado. Y también hay universidades en las que las listas están bloqueadas, como en La Laguna y, por tanto, el sistema electoral del Claustro de La Laguna ha sido similar al de la Cámara de Diputados. Para el sector de alumnos también se ha usado en ocasiones la representación proporcional.

El efecto que ha tenido el voto múltiple, ante las 'listas organizadas', en el sector del profesorado es bien conocido. No obstante, conviene comentarlo con cierto detalle, pues implica uno de los cambios más necesarios si deseamos disminuir la manipulación que permite.

3. Alianzas de candidatos en sistemas de voto múltiple

Puede parecer que votar a 30 candidatos cuando el tamaño de la circunscripción es de 40 (es decir votar al 75% del tamaño) da opción al menos a que dos agrupaciones de electores obtengan representación. Sin embargo, se han dado casos en los que un grupo organizado de candidatos ha conseguido toda la representación. Esto es posible cuando se tiene una circunscripción grande de tamaño H y el número de electores, m, no es mucho mayor que H, como ha ocurrido con frecuencia en las elecciones en el sector profesorado. En tal caso un grupo de H candidatos puede utilizar como estrategia la votación cíclica entre ellos y conseguir los H representantes, sin dejar opción a los restantes candidatos. Veámoslo.

3.1. Estrategia o manipulación

'Los propios candidatos deciden, a veces, el resultado de la elección sin que en nada puedan influir el resto de los electores'.

Veamos un ejemplo simple en el que puede conseguirse.

Ejemplo: Asignación de 10 despachos individuales entre 17 profesores (H=10, m=17). Supongamos que se ha creado un nuevo departamento con 17 profesores y que la Universidad sólo puede ceder despachos para 10 de ellos, hasta que se hagan unas obras de ampliación. Los 17 profesores deben decidir quiénes ocupan los 10 despachos iniciales y quiénes deben esperar hasta que se produzca la ampliación. Todos desearían ocupar uno de los 10 primeros despachos, no obstante los cuatro profesores más jovenes se han ofrecido a esperar. Por tanto hay 13 candidatos para diez despachos y deciden asignarlos votando cada uno de ellos a 8 profesores, y los 10 profesores con mayor número de votos son los que ocupan los despachos.

Con este sistema de elección, supongamos que 10 profesores (digamos P1,...,P10) deciden formar una alianza y realizar una votación cíclica entre ellos, como mostramos a continuación:

		Candidatos									
		P1	P2	P2	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
	P1	x	x	x	x	x	x	x	x		
	P2		x	x	x	x	x	x	x	x	
	P3			x	x	x	x	x	x	x	x
	P4	x			x	x	x	x	x	x	x
Votantes	P5	x	x			x	x	x	x	x	x
	P6	x	x	x			x	x	x	x	x
	P7	x	x	x	x			x	x	x	x
	P8	x	x	x	x	x			x	x	x
	P9	x	x	x	x	x	x			x	x
	P10	x	x	x	x	x	x	x			x

El profesor P1 debe votarse a sí mismo y a los candidatos 2º, 3º,..., hasta el 8º(es decir sus votos son para los profesores P1, P2, P3,... y P8). El segundo debe empezar por P2 y llegar hasta P9; el tercero debe empezar por P3 y llegar hasta P10; el cuarto desde P4 hasta P10 y continuar con P1, y así sucesivamente. De esta forma, todos ellos obtienen 8 votos. Por tanto, sea cual sea la forma de votar de los 7 profesores restantes, ninguno de los candidatos P11, P12 o P13 pueden conseguir 8 votos (a lo sumo consiguen 7) y los despachos son para P1 hasta P10.

La estrategia anterior produce el mismo efecto si en un centro con 85 profesores hay que elegir a 50 representantes para la Junta de Centro (es decir, H=50 y m=85), permitiendo que cada elector vote a un máximo de 38 candidatos (que es el 75% de 50). Así, si hay 60 candidatos, 50 de ellos puede organizarse para efectuar una votación cíclica y cada uno consigue 38 votos, de tal forma que aunque los 35 electores restantes voten a un mismo candidato y sólo a ese, distinto de los organizados en la lista de los 50, dicho candidato no sale elegido porque sólo consigue 35 votos, a pesar de que ha recibido el apoyo del $35 \cdot 100/85 = 41.17\%$ del profesorado. El otro 58.83% del profesorado consigue la totalidad de la representación.

	% de votantes	% de representantes
Candidatos aliados	58.83	100
Resto de candidatos y electores	41.17	0

En general, el número de electores suele ser mayor que en los ejemplos anteriores, pero también es cierto que una parte importante de los profesores no vota, y que los candidatos que se organizan en una lista no sólo reciben votos de sus compañeros de lista sino que también reciben votos de los restantes electores. Por tanto, *salvo que haya al menos dos grupos de candidatos* *organizados* compitiendo, el efecto puede ser muy similar al de los ejemplos anteriores. De hecho, es perfectamente conocido que, si un centro tiene unos 250 profesores y para elegir a 50 representantes se organiza una sola alianza con 50 candidatos, entonces los demás candidatos, que van por libre, tienen muy pocas posibilidades de resultar elegidos, pues los aliados parten con mucha ventaja. En este caso el cociente entre electores y representantes sería 250/50=5. Evidentemente cuanto menor sea ese cociente más fácil resulta manipular.

La manipulación que pueden realizar los propios candidatos no tiene el mismo efecto en todos los sectores porque la relación entre el número de electores y representantes es diferente. Supongamos que la distribución de electores y claustrales en cada sector fuese la que aparece en la tabla que sigue.

	Claustrales	Electores	Cociente = E/C
Sector 1 (Num. D.)	160	1.600	10
Sector 2	40	1.200	30
Sector 3 (Alumnos)	70	60.000	857
Sector 4 (PAS)	30	1.800	60

Para que la manipulación de los propios candidatos tenga efecto se necesita que la circunscripción electoral sea grande y el cociente entre electores y claustrales sea pequeño. Así pues, en el sector 1º, con circunscripciones grandes es donde hay mayores posibilidades de manipulación. Por el contrario, en una universidad que tenga unos datos similares a los de la tabla, la posibilidad de manipulación con voto múltiple, por parte de los alumnos que sean candidatos al Claustro es ínfima, incluso si la elección se celebra en circunscripción única.

Pero no sólo hay que contar con el efecto de las alianzas de los candidatos, que tiene poca incidencia en el sector de los alumnos; también es necesario tener en cuenta al resto de los electores. En tal sentido, si los alumnos compiten bajo siglas que corresponden a asociaciones o identifican titulaciones diferentes dentro de un mismo centro, basta con que una de esas siglas reciba un apoyo un poco mayor que las otras para que consiga toda o casi toda la representación del sector alumnos en ese centro. Por tanto, tampoco en este caso es aconsejable mantener el sistema de voto múltiple.

3.2. Voto no secreto

Una de las principales preocupaciones de quien organiza una lista, para emitir un voto estratégico, es que algunos de los aliados no cumplan lo prometido. De hecho, dado el sigilo con que se organizan las listas, es posible que haya candidatos con tanta habilidad que formen parte de más de una. En cualquier caso, averiguar si un aliado no vota lo acordado es muy importante para incluirlo o excluirlo en una elección futura. Pues bien, esto es muy sencillo de conocer (si se trata de una circunscripción grande, por ejemplo $H>10$) siempre que el número de miembros de la lista organizada sea mayor que el número de miembros que cada elector puede votar, dado que el recuento de votos es un acto público.

Por ejemplo, si al leer la votación producida en la asignación de los 10 despachos no aparece una papeleta en la que se vota a P1,P2, P3, P6, P7, P8, P9 y P10 es porque P6 no ha cumplido lo acordado. La probabilidad de que un aliado no emita el voto acordado y no sea descubierto es casi nula. *El voto de los aliados no es un voto secreto.*

Parece razonable que el sistema de voto múltiple, tan usado en los últimos años en las elecciones universitarias, debería sustituirse por otro en el que la estrategia de aliarse varios candidatos no tenga un efecto tan demoledor para los restantes candidatos, es decir, por otro que conduzca a una mayor proporcionalidad en la representación. O, al menos, debería limitarse mucho más el número de votos que un candidato puede emitir en una circunscripción de tamaño grande.

4. Sugerencias sobre el sistema electoral para el Claustro en la etapa LOU

Cada universidad es diferente de las demás en número de miembros, de centros, de titulaciones, etc. Por tanto un sistema electoral que sea adecuado para unas universidades puede no serlo para otras. Aquí vamos a dar algunas sugerencias pensadas para aquellas universidades que mejor se adaptaron al modelo departamental establecido en la LRU y la LOU. Es decir, los profesores están adscritos a áreas y pertenecen a un departamento, pero pueden dar clase en más de un centro, y cambiar de centro cada año al realizar la ordenación docente. En esta situación se encuentran las universidades creadas en las dos últimas décadas y la mayoría de las restantes.

4.1. Circunscripciones

Usar los departamentos como circunscripción electoral para el profesorado del primer sector, en lugar de los centros, elimina el inconveniente de tener que adscribirse a un centro u otro (en las universidades en las que un profesor puede tener docencia en varios centros), y permite poder votar a los compañeros de departamento; pero se pierde la posibilidad de votar a los compañeros de centro, con los que también suele existir afinidad.

Además, limitar la circunscripción electoral a los departamentos implicaría que su tamaño sea en muchas ocasiones de un solo representante, con lo cual en la práctica deja de existir elección puesto que si el director del departamento es candidato a claustral dejaría sin apenas posibilidades a los restantes miembros. Lo mismo ha ocurrido en el pasado con los centros pequeños, que al ser circunscripciones a las que correspondían uno o dos representantes, casi siempre eran elegidos del equipo de dirección.

Por tanto, una alternativa más lógica debe permitir votar tanto a compañeros de departamento como a compañeros de los centros donde se imparta clase. Hay diferentes formas de conseguirlo. Una de ellas es mediante una circunscripción única para los dos sectores del profesorado. Además, en tal caso, los electores pueden votar a candidatos que no son ni del propio departamento ni de alguno de los centros donde se imparte docencia, por tanto, permite optar por candidatos que responden a otros intereses, como pueden ser los de tipo ideológico, sindical, etc.

No obstante, la circunscripción única, sin restricción alguna, acompañada de un sistema de voto múltiple tiene un gran riesgo de provocar claustros monocolor para algún sector, en el sentido de que un grupo grande bien organizado pueda conseguir la casi totalidad de los representantes del sector. Ese grupo puede estar localizado en un Campus, o bien responder a una ideología política u organización sindical, de forma que no sea representativo de la heterogeneidad existente en la Universidad. Es decir, tendría el inconveniente actual de las listas organizadas, solo que en lugar de acaparar la representación en un centro podría acaparar la representación de un sector en toda la Universidad. Esto hay que tenerlo en cuenta fundamentalmente en el sector 1º que elige a la mayoría de los claustrales.

Esa posible concentración o polarización de la representación se evita introduciendo requisitos mínimos en la representación de los centros o de los departamentos o en agrupaciones de departamentos. Si se fija un mínimo de k representantes para un centro, significa que en la asignación, los k candidatos con más votos de ese centro obtienen acta de claustral. Una vez asignados los claustrales correspondientes a los mínimos de todos los centros, se continúa con los restantes candidatos asignando acta de claustral a los más votados (independientemente del centro al que pertenezcan). Lógicamente se necesita que esos requisitos sean compatibles con el tamaño del sector; es decir la suma de los mínimos no puede ser superior al número total de representantes del sector correspondiente.

Los mínimos también se pueden establecer por departamentos. Son más fáciles de poner en práctica, puesto que cada profesor está adscrito a un solo departamento. Así pues, éste será el tipo de mínimos que propondremos para el sector 1º. Además, hemos indicado que los mínimos no deben sumar la totalidad del sector, sino una fracción y que se distribuyan en proporción al número de miembros del sector en cada departamento.

Con mayor motivo, el sector segundo debe tener circunscripción única. Ahora bien, al ser su tamaño mucho menor, los mínimos no se deben establecer por departamentos; en todo caso sería por agrupaciones de departamentos o de centros que tengan cierta afinidad. El sector 2º tiene una composición muy heterogénea de profesorado y además incluye a los becarios de investigación. Por tanto, más lógico que garantizar la presencia de miembros de este sector localizados en centros o en departamentos, sería garantizar la presencia de subsectores del mismo. Así podría pensarse en garantizar la presencia de PTEU, o de Contratados, o de Ayudantes, o de Becarios, o de Asociados, etc. en proporción a su tamaño ponderado con diferentes pesos según se estime conveniente.

Para los alumnos la circunscripción más natural es la titulación. Sin embargo, el amplio abanico de titulaciones existente en las grandes universidades (a veces hay más titulaciones que número de representantes de los alumnos en el Claustro), hace que en estos casos sea recomendable usar como circunscripciones electorales a los centros o a agrupaciones de titulaciones.

Finalmente el PAS ha concurrido en el pasado en circunscripción única y no hay razones que justifiquen una división. En todo caso podrían garantizarse ciertos máximos y mínimos a algunos centros o servicios con objeto de evitar la concentración de los representantes en sólo unos pocos de ellos.

4.2. Método de reparto proporcional

Para calcular el tamaño de las circunscripciones correspondientes a los alumnos (o las de otro sector si no se establece circunscripción única) hemos de resolver un problema de reparto proporcional en función del número de alumnos de cada circunscripción. Lo más lógico es exigir al método que sea imparcial, es decir que no beneficie a los centros pequeños con respecto a los grandes ni al contrario.

Lo mismo ocurre a la hora de garantizar unos mínimos a los departamentos en la elección del sector primero, o en cualquier otro reparto relacionado con la elección del Claustro. De nuevo la imparcialidad del método será una propiedad deseable. Además es deseable que el método usado sea consistente y no origine repartos paradójicos. Por tanto lo recomendable es usar un método de divisores, y si se exige imparcialidad se debe emplear el método de St. Laguë [2, 5]. En el apartado quinto se justifica todo ello.

Con el método de St. Laguë se calculan las cuotas exactas que corresponden a cada circunscripción y se redondean por exceso las que tenga resto mayor que 0.5 y por defecto las que tengan resto inferior a 0.5. Si el resto es exactamente 0.5 se admite tanto el redondeo por exceso como por defecto (situación que aparece cuando hay empates). Si la suma de los redondeos efectuados es superior o inferior al número de puestos a distribuir se disminuyen o aumentan (respectivamente) las cuotas multiplicándolas por un mismo factor. Siempre existe un factor para el cual el producto de las cuotas por ese factor da lugar a un redondeo cuya suma es el número de puestos a distribuir.

Por ejemplo, si al repartir 10 puestos a cuatro circunscripciones obtenemos:

- las cuotas c=(3.5, 2.5, 2.3, 1.7), entonces hay dos soluciones que son: (4, 2, 2, 2) y (3, 3, 2, 2).
- las cuotas c=(3.6, 2.4, 2.3, 1.7), entonces la solución es única: (4, 2, 2, 2).
- las cuotas c=(3.6, 2.6, 2.2, 1.6), entonces la solución es única: (3, 3, 2, 2), pues como los redondeos suman 11 hemos de multiplicar el vector de cuotas por un número inferior a 1 que consiga que sumen 10.

Por ejemplo, multiplicamos por 0.97 y se obtiene c'=(3.49, 2.52, 2.13, 1.55), cuyos redondeos suman 10.

- las cuotas c=(3.4, 2.4, 2.3, 1.9), entonces la solución es única: (4, 2, 2, 2). Ahora hay que multiplicar por un número superior a 1, por ejemplo, por 1.035 se obtiene c'=(3.52, 2.48, 2.38, 1.97).

A veces en el reparto se exige una representación mínima a cada circunscripción. La adaptación del método para realizar repartos con requisitos mínimos es inmediata.

4.3. Método de votación y escrutinio

Hay muchas alternativas al voto múltiple. Una posibilidad es usar un método tipo Borda. El método de Borda [7] se basa en ordenar los candidatos de acuerdo con las preferencias de cada elector. Cada elector establece, en primer lugar, su candidato más preferido y continúa hasta colocar en último lugar al menos preferido. Si hay n candidatos, a aquél al que un elector ha situado en primer lugar se le conceden $n-1$ puntos, al siguiente $n-2$ puntos y así sucesivamente hasta llegar al candidato situado en penúltima posición que obtiene 1 punto y el último ningún punto. Muchas veces se limita el número de candidatos a votar o se permite al elector realizar un orden parcial. Por ejemplo sólo reciben puntos los cuatro o los cinco más preferidos y los puntos siguen un orden decreciente, pero no necesariamente el establecido por Borda. Los campeonatos de automovilismo y de motociclismo son algunos ejemplos.

Los métodos que usan una sucesión decreciente para puntuar los candidatos según el orden de preferencia establecido por cada elector se denominan métodos tipo Borda. Han recibido grandes elogios de ilustres matemáticos, como Laplace, pero también se ha criticado el hecho de no dar una justificación a los pesos usados. No existe una distribución de pesos que sea universalmente aceptada.

Aquí se proponen los correspondientes a la sucesión decreciente: 1, 1/3, 1/5, 1/7,... porque originan proporcionalidad en ciertas situaciones [6].

5. Métodos de Reparto y Elección. Propiedades

A continuación, describimos los principales métodos de asignación proporcional y de elección social, así como algunas de sus propiedades y paradojas.

5.1. Para el reparto proporcional

El problema del reparto proporcional aparece en diversos contextos; por ejemplo: la asignación de escaños a los partidos en proporción a sus votos, la asignación de escaños a las circunscripciones en proporción a sus poblaciones, etc. Desde el punto de vista matemático todos son idénticos; por tanto, en lo que sigue, nos referimos a él como el de asignar representantes a las circunscripciones en proporción a su censo, ya que es el más relacionado con este trabajo.

Así, un método de reparto proporcional, también llamado fórmula electoral, es una correspondencia M que asigna al menos un vector **r** de representantes, a todo vector **p** formado por las poblaciones de las n circunscripciones. Las componentes de **r** han de ser números enteros no negativos y su suma ha de ser el total de los representantes a distribuir, H. En algunos problemas de reparto se dan unos requisitos mínimos o máximos. Precisamente en el reparto de la representación entre las circunscripciones se requiere que ninguna de ellas reciba cero, pues supondría negar el derecho a participar en la elección a esa parte de la población (contrario al principio fundamental de una democracia: *'una persona un voto'*). Así pues, en nuestro problema de reparto, hemos de considerar que existe una restricción representada por un vector de mínimos **m**. De tal forma que se notará **r**∈M(**p**, **m**, H). Es necesario usar el símbolo ∈ porque a veces hay más de una solución posible debido a la existencia de empates.

Los métodos de reparto proporcional pueden obtenerse por diferentes procedimientos: optimización, comparación por pares, redondeo a partir de unos umbrales, etc. La mayoría de tales procedimientos conducen al método de Hamilton o a los métodos de divisores. Los comentamos a continuación.

5.1.1. El método de Hamilton o de los Restos Mayores

Dado un problema (**p**, H) de reparto proporcional en el que no existen requisitos mínimos, las cuotas correspondientes a las n circunscripciones son

$$c = (\frac{\mathrm{H} \cdot p_1}{P}, \frac{\mathrm{H} \cdot p_2}{P}, \ldots, \frac{\mathrm{H} \cdot p_n}{P}), \quad \text{siendo } P = \sum_{i=1}^{n} p_i.$$

Dado el problema (**p**,**m**,H), para obtener las cuotas correspondientes hemos de resolver primero la ecuación:

$$\sum_{i=1}^{n} \max\left\{\frac{p_i}{x}, m_i\right\} = \mathrm{H},$$

y entonces las cuotas son: $c_i = \text{máximo}\,\{p_i/x, m_i\}$.

El método de Hamilton realiza la asignación en dos etapas. En primer lugar asigna a cada circunscripción la parte entera de su cuota. A continuación se asigna un representante a cada una de las circunscripciones con mayor resto.

Ejemplos: A continuación mostramos cuatro repartos de los representantes de los alumnos entre las titulaciones de un centro, realizado con el método de los restos mayores, RM; en los dos primeros hay que distribuir 25 representantes entre seis titulaciones existentes en el centro pero el número de alumnos de las licenciaturas cambia al pasar de un ejemplo al otro.

Ejemplo 1. H = 25

Licenc.	Alumnos	Cuota	RM
A	655	6.55	7
B	490	4.90	5
C	455	4.55	5
D	320	3.30	3
E	318	3.18	3
F	252	2.52	2
Totales	2500	25.00	25

Ejemplo 2. H = 25

Licenc.	Alumnos	Cuota	RM
A	660	6.30	6
B	540	5.15	5
C	535	5.11	5
D	320	3.05	3
E	318	3.03	3
F	247	2.36	3
Totales	2620	25.00	25

En el tercer ejemplo los datos son los mismos que en el primero sólo que se ha creado una titulación más, la G. En el cuarto ejemplo se usan los mismos datos que en el tercero salvo que el número de representantes a distribuir ha aumentado de 25 a 26.

Ejemplo 3. H = 25

Licenc.	Alumnos	Cuota	RM
A	655	6.38	6
B	490	4.78	5
C	455	4.43	4
D	320	3.12	3
E	318	3.10	3
F	252	2.46	3
G	75	0.73	1
Totales	2575	25.00	25

Ejemplo 4. H = 26

Licenc.	Alumnos	Cuota	RM
A	655	6.64	7
B	490	4.97	5
C	455	4.61	5
D	320	3.24	3
E	318	3.22	3
F	252	2.56	2
G	75	0.76	1
Totales	2575	26.00	26

Después veremos la utilidad de estos ejemplos para mostrar las paradojas del método RM.

5.1.2. Los métodos de divisores

Sea d una sucesión de números reales, no negativos, $d = (d_0, d_1, d_2, ...)$, donde $d_i \in [i, i+1]$ de forma que si para algún i se tiene $d_i = i$, entonces no existe un j tal que $d_j = j + 1$. El método de divisores M^d, obtenido a partir de la sucesión anterior, d, se basa en aproximar las cuotas c_i de la siguiente forma:

- Si c_i coincide con un d_j, de la sucesión, la circunscripción i puede recibir j representantes o $j+1$ representantes (empate),

- Si c_i está comprendido entre dos valores consecutivos de d, digamos $d_j < c_i < d_{j+1}$ entonces la circunscripción i recibe $j+1$ representantes. Cuando $c_i < d_0$ la circunscripción (o el partido) i no recibiría ningún representante.

El proceso anterior puede dar lugar a una asignación de representantes que no sume H. Entonces hay que corregir las cuotas al alza o a la baja (manteniendo los requisitos mínimos). Para ello se multiplican dichas cuotas por un factor, que será mayor que 1 si las asignaciones realizadas sumaban menos de H y menor que 1 en caso contrario.

Sin perder generalidad se puede suponer que **c** es el vector de cuotas corregidas. Si **r** es el vector de repartos y tiene sus i primeras componentes mayores que cero y sólo esas, entonces

$$\tfrac{c_k}{d_j} \geq 1, \quad j = 0, 1, ..., r_k - 1; \quad k = 1, 2, 3..., i$$

En total H cocientes son mayores o iguales que 1. Cualquier otro cociente entre cuotas corregidas y divisores es menor o igual que 1:

$$\tfrac{c_k}{d_j} \leq 1, \quad j \geq r_k; \quad k = 1, 2, 3..., n$$

Por tanto un reparto **r** con un método de divisores M^d verifica siempre

$$\operatorname*{Min}_{r_k>0} \left\{ \frac{c_k}{d_{r_k-1}} \right\} \geq \operatorname*{Max}_{r_k\geq 0} \left\{ \frac{c_k}{d_{r_k}} \right\}$$

Además los numeradores anteriores, es decir las cuotas corregidas, pueden cambiarse por otras cantidades proporcionales y el resultado es el mismo. Por ejemplo, pueden cambiarse directamente por las poblaciones de las circunscripciones (o por los votos de los partidos, si se tratara de un reparto proporcional a los votos). Esta propiedad induce a calcular una tabla de cocientes entre poblaciones y divisores como una técnica para obtener la solución.

Una parte de los métodos de divisores constituye la familia paramétrica [5]. Un método de esa familia se obtiene fijando un valor t en el intervalo [0,1], entonces el método M^t es el que tiene por divisores la sucesión $d = (t, t+1, t+2, t+3, ...)$. Si $t = 0$ el método se denomina de Adams, si $t = 0.5$ se tiene el método de Sainte Laguë y si $t = 1$ el método es el de d'Hondt, por eso para distribuir los diputados entre los partidos usando d'Hondt, se dividen los votos de cada partido por 1, 2, 3, ... y se localizan los H cocientes mayores.

Salvo que se establezca una barrera para participar en el reparto, no tiene sentido utilizar el método de Adams para la asignación de escaños a partidos pues con un solo voto asignaría un escaño a un partido y además resultaría inaplicable cuando se presentan más partidos que el número de escaños a repartir. Por el contrario, permite repartir escaños a las circunscripciones y asigna representación a todas ellas sin necesidad de imponerlo como requisito previo. El método de St. Laguë redondea por exceso a partir de 0.5 y por defecto cuando el resto es inferior a 0.5, es decir redondea cada cuota corregida al entero más próximo a la misma. El método d'Hondt redondea al entero por defecto (a la cuota inferior), salvo que todas las cuotas sean enteras sus redondeos suman una cantidad inferior al número, H, de representantes a distribuir y, por tanto, será necesario corregir con un factor mayor que 1. Así pues, d'Hondt garantiza a cada partido o circunscripción un número de escaños igual o superior a su cuota inferior. Análogamente, Adams garantiza que el número de representantes asignado a cada circunscripción es igual o inferior a su cuota superior.

¿Qué método elegir para el reparto de representantes al Claustro en los sectores en los que exista más de una circunscripción? Para facilitar la respuesta debemos establecer qué propiedades deseamos que verifique el método elegido y qué comportamientos queremos evitar. Veamos algunas paradojas y propiedades.

5.1.3. Paradojas y propiedades

- La paradoja de Alabama. Si aumenta el número de representantes a distribuir y no cambian las demás variables del problema ninguna circunscripción debería recibir menos representantes. Cuando un método puede responder en sentido contrario ante un problema de reparto, se dice que presenta la paradoja de Alabama. Es decir, más representantes para todas las circunscripciones puede implicar menos representantes para una de ellas. Por el contrario, un método que no presenta la paradoja de Alabama se dice monótono. Los ejemplos 3 y 4 muestran que RM presenta la paradoja de Alabama, pues si H=25 la licenciatura F recibe 3 representantes, y si H=26 recibe sólo 2.

- Paradoja de los cambios en la población. (Más población menos representantes, menos población más representantes). ¿Es lógico que si aumenta el número de alumnos de una licenciatura y disminuye el de otra entonces la primera titulación pierda representantes en el Claustro y la segunda aumente su representación en el Claustro? RM también presenta esta paradoja, pues basta observar en los ejemplos 1 y 2 los cambios en A y F.

- Consistencia. Un método debe ser siempre coherente consigo mismo. Una parte de un reparto proporcional obtenida con un método M debe ser proporcional según ese método M. El método de Hamilton tampoco es consistente, como puede comprobarse en varios de los ejemplos anteriores. Así, en el ejemplo 1 entre A y F reciben 9 representantes que según

RM deben distribuirse

Licenciatura	Alumnos	Cuota	RM
A	655	6.499	6
F	252	2.501	3

Allí el reparto era 7-2 en lugar de 6-3.

- La paradoja de los nuevos estados. Si cuando se crean unos estudios en una Universidad, y las titulaciones que ya existían no cambian en número de alumnos, ni cambia el total de representantes de los alumnos en el Claustro, entonces ninguna de las titulaciones iniciales debe aumentar su representación. Participar uno más en un reparto no debe beneficiar a ninguno de los que estaban inicialmente. Nuevamente RM presenta esta paradoja. Basta comparar los ejemplos 1 y 3. La entrada de G en el ejemplo 3 beneficia a F.

  Evidentemente es deseable que un método de reparto sea monótono, consistente consigo mismo y no presente la paradoja de los nuevos estados ni la paradoja de los cambios en la población. Se puede probar que 'todo método de divisores tiene estas propiedades' [2].

  El método de Hamilton debe ser rechazable ya que no verifica ni una de esas cuatro propiedades. Sin embargo esos comportamientos paradójicos son muy desconocidos mientras que sí es conocida su alta proporcionalidad, lo cual hace que sea uno de los métodos más usados [3].

  Además de las propiedades citadas, dependiendo del problema de reparto que se trate, también pueden ser deseables algunas de las que citamos a continuación.

- Exactitud. Rara vez las cuotas son todas cantidades enteras, pero caso de serlo un método de reparto proporcional debería dar como solución las propias cuotas. Si alguna vez el reparto puede ser exactamente proporcional no debemos buscar otra solución. Tanto Hamilton como los métodos de divisores son exactos.

- La cuota. La proporcionalidad induce a fijarse en las cuotas como fracciones que debemos aproximar por enteros. Es posible aproximar cada una de ellas por un entero que diste menos de 1 de la misma, redondeando unas por exceso y otras por defecto; por ejemplo, como hace el método de Hamilton. Un método que tenga esta propiedad se dice que verifica la cuota.

- Penalizar las divisiones o fortalecer los partidos. Significa que siempre que se produzca una división de un partido en dos y sus votos se distribuyan de cualquier forma entre los dos nuevos partidos (sin disminuir ni aumentar en conjunto) y sin que se produzca variación en los restantes partidos, la suma de los representantes obtenidos por los partidos procedentes de la división no es mayor el número de representantes que habrían obtenido caso de no dividirse. El único método de divisores que lo consigue siempre es d'Hondt.

- Imparcialidad. No dar ventaja a pequeños frente a grandes ni viceversa. Es inevitable que unos ganen y otros pierdan cuando se efectúa un reparto concreto. La imparcialidad se refiere al comportamiento medio cuando se efectúa un gran número de repartos. Hamilton y St. Laguë son imparciales, además el único método de divisores de la familia paramétrica que es imparcial es St. Laguë.

- Homogeneidad. Si el porcentaje de participación cambia pero las cuotas se mantienen el reparto debe ser el mismo. Tanto el método de Hamilton como los métodos de divisores verifican esta propiedad.

Teorema de imposibilidad de Balinski [2]

No es posible establecer un método de reparto proporcional homogéneo, monótono y que verifique la cuota.

5.1.4. Método de reparto proporcional para el sistema electoral universitario: St. Laguë

El teorema anterior nos advierte de la imposibilidad de encontrar un método que verifique tres propiedades lógicas que no parecían incompatibles. Por otra parte, en la lista de propiedades expuesta anteriormente existen otras incompatibilidades, por ejemplo, no se puede pedir primar a los grandes y ser imparcial. Por tanto a la hora de elegir un método, debemos elegir las propiedades que son prioritarias para el problema de reparto en concreto.

Por ejemplo, si nos quedamos con los métodos citados en este trabajo (que son los más utilizados en la representación proporcional) y queremos abordar el reparto de representantes entre las circunscripciones para la elección del Claustro Universitario, parece razonable (aparte de evitar paradojas) exigir ante todo imparcialidad del método en el reparto de los representantes, para que no prime a las circunscripciones grandes frente a las pequeñas, ni al contrario. En tal caso, debe elegirse el método de St. Laguë.

St. Laguë no garantiza (matemáticamente) la cuota pero, en la práctica, cuando se aplica a los resultados de unas elecciones generales a la Cámara de Diputados o a los de unas elecciones autonómicas no se encuentra ni un solo caso en el que St. Laguë no hubiese verificado la cuota. Los ejemplos académicos para mostrar que St. Laguë no verifica la cuota superior o no verifica la cuota inferior son muy forzados y, por tanto, representan situaciones muy improbables.

Imparcialidad de St. Laguë

Es bien conocido que d'Hondt beneficia a los grandes y Adams a los pequeños y es fácil probar que la división de un partido en dos cara a unas elecciones nunca le beneficia si se aplica d'Hondt y nunca le perjudica si se aplica Adams, supuesto que no existan otros requisitos (mínimos para participar en el reparto, etc) y que la suma de los votos de los partidos resultantes de la división coincida con los votos del partido inicial. St. Laguë corresponde a la media de los parámetros de éstos dos métodos de la familia paramétrica, pero esa no es la justificación de su imparcialidad.

Veamos que St. Laguë es un método imparcial.

Supongamos que dos circunscripciones, A y B, tienen cuotas: $p + r_1$ y $q+r_2$ respectivamente, siendo p y q las partes enteras de dichas cuotas y $p > q$. Consideremos el método M^t de la familia paramétrica. La circunscripción A tendrá prioridad en alcanzar el representante $p + 1$ con respecto a que la circunscripción B obtenga el representante $q + 1$ si se verifica

$$\frac{p + r_1}{p + t} \geq \frac{q + r_2}{q + t}$$

y tendrán igual prioridad si se da la igualdad en la relación anterior. Es decir, si

$$r_1 = \frac{p + t}{q + t}\, r_2 - \frac{t(p - q)}{q + t}.$$

Fijados p, q y t, la gráfica de r_1 como función de r_2, esto es $r_1(r_2)$, es una recta. Se puede considerar que la distribución de los restos es aleatoria y uniforme en [0,1] (en cada caso lo es sobre una discretización de puntos igualmente espaciados en [0,1]).

Así pues, un método será imparcial si, y sólo si, el área del cuadrado unidad queda dividida en dos partes iguales por la recta anterior, esto es, si se verifica:

$$r_1(1) - 1 = -r_1(0),$$

es decir,

$$p + t - t(p - q) - (q + t) = t(p - q).$$

Lo que equivale a que $t = \frac{1}{2}$ para cualesquiera valores de p y q. Así pues, un método de la familia paramétrica es imparcial si y sólo si es el de St. Laguë.

5.2. Para la elección social

Un método de elección social es un procedimiento para obtener una elección, la elección social, a partir de las preferencias individuales mostradas por los electores.

El problema de elección social surge cuando hay que elegir una o varias alternativas de entre tres o más. Muchas veces es necesario elegir sólo una alternativa. La elección de rector, la de un Decano o la de un director de centro, son algunos ejemplos. Por ello en este trabajo se han definido métodos que sirven sólo para este tipo de elecciones. Otros son válidos tanto para elegir una alternativa como un grupo de alternativas.

Es muy diferente elegir un representante que elegir 15 o 20 representantes, pero existen ciertas propiedades que son deseables para cualquier método de elección social. Citaremos algunas de ellas así como otro teorema de imposibilidad.

5.2.1. Propiedades deseables en la elección social

Las más conocidas son [10]:

- **Pareto**. Si todos los electores prefieren una alternativa x antes que otra alternativa y entonces y no debe ser la elección social.

- **Monotonía**. Si un elector o un grupo de electores cambia una alternativa x a una posición mejor (más preferida), y no se produce ningún otro cambio en la votación, entonces x no debe pasar a ocupar una posición menos preferida en la elección social.

- **Condorcet**. Se refiere a aquellos casos en los que es necesario elegir una sola alternativa. Al someter a los electores las alternativas de dos en dos, si hay una que gana a cualquier otra es la vencedora de Condorcet. Análogamente, se llama perdedor de Condorcet a aquella alternativa que pierde al ser comparada con cualquier otra. Puede que no exista vencedor de Condorcet, pero caso de existir es deseable que el método de elección social elija esa alternativa. Lamentablemente hay métodos que dan como respuesta en ocasiones al perdedor de Condorcet.

- **Independencia de las alternativas irrelevantes**. El orden en la elección social de las alternativas x e y debe depender sólo de cómo ordenan los electores estas preferencias.

La lista de propiedades podría alargarse, pero no será posible encontrar un método que las verifique todas.

Teorema de Arrow [10, 1]

Si el número de alternativas es mayor o igual a tres y el de electores es finito, no es posible encontrar un método, no dictatorial, que verifique Pareto, monotonía e independencia de las alternativas irrelevantes.

5.2.2. Métodos de elección social

Algunos de los métodos de elección social son los siguientes:

1. **Mayoría simple**. Cada elector vota por una alternativa y gana la que más votos tenga. Pensado principalmente para casos en los que hay que elegir una sola alternativa, aunque es aplicable si es necesario elegir más de una.

2. **Mayoría absoluta - mayoría absoluta**. Cada elector vota por una alternativa y si la más votada no supera el 50% de los votos se pasa a una segunda vuelta en la que participan sólo las dos alternativas más votadas. En esta segunda vuelta, la más votada gana definitivamente. Es el método que hay que aplicar en la elección de rector tras la entrada en vigor de la LOU, con la salvedad que los electores tienen un voto ponderado en función del sector al que pertenecen.

3. **Voto único transferible**. El elector ordena todas las preferencias. Se contabilizan las veces que cada alternativa aparece en primer lugar y si una supera al 50% de los votos gana; en caso contrario se elimina la que menor número de primeras preferencias ha obtenido, se reajustan las posiciones con las restantes alternativas y se repite el proceso hasta que una de las alternativas no eliminadas ocupe la primera posición para más del 50% de los electores.

4. **Condorcet**. Se comparan las alternativas dos a dos, y si existe una que vence a todas las demás esa es la elección social. El problema es que se puede presentar la paradoja de Condorcet, es decir, que exista un problema en el que una alternativa A venza a B, C venza a A, y B venza a C. Con lo cual el método no sería aplicable. El método de Condorcet es aplicable si las comparaciones dos a dos entre alternativas se limitan a las establecidas de acuerdo con un orden o agenda, pero ¿cómo establecer ese orden?

5. **Borda**. Los electores ordenan la totalidad de las alternativas, de más preferida a menos preferida. Si en total son n, a la alternativa colocada en primera posición por un elector se le asignan $n-1$ puntos, a las siguientes $n-2$, $n-3$, $\dots$ y a la última se le da *cero* puntos. Entonces el método de Borda obtiene una ordenación total de las alternativas basada en el recuento de los puntos obtenidos por cada una a partir de las preferencias mostradas por los electores.

6. **Votación aprobatoria**. Cada elector aprueba o desaprueba a cada alternativa. La alternativa con mayor número de aprobaciones vence. Nuevamente se obtiene una ordenación total de las alternativas.

7. **Voto múltiple limitado**. El elector puede marcar varias alternativas, como máximo m de ellas. Gana la que obtiene mayor número de marcas. De nuevo se obtiene una ordenación total de las alternativas. Si m es grande el comportamiento de este método es muy similar al de votación aprobatoria.

La lista de métodos se hace interminable, máxime si entramos a considerar pequeñas diferencias, por ejemplo que se gane por mayoría simple pero que se exija un porcentaje mínimo de votos, o que a una segunda vuelta pasen tres alternativas si las dos más votadas no suman cierto porcentaje de votos, que las puntuaciones de Borda sean diferentes, etc.

5.2.3. Algunos resultados negativos

Uno de los comportamientos que más llama la atención es que un método no verifique Pareto o no sea monótono. Vamos a mostrar a continuación que el método basado en comparación por pares de acuerdo con una agenda no verifica Pareto y que el método basado en el voto único transferible no es monótono.

Supongamos que hay que elegir entre cuatro candidatos a rector, A, B, C, y D. Si las preferencias son:

$$\begin{array}{lll} A \succ B \succ D \succ C, & 80 & \text{votos} \\ C \succ A \succ B \succ D, & 70 & \text{votos} \\ B \succ D \succ C \succ A, & 90 & \text{votos} \end{array}$$

Está claro que *todo el mundo prefiere antes a B que a D*. Sin embargo, si la agenda de comparaciones es: $ABCD$, A elimina a B por 150 frente a 90. Luego, C elimina a A por 160 a 80 y, finalmente, D vence a C por 170 a 70. Las comparaciones terminan aquí y *D es elegido vencedor*.

Ahora suponemos que el método usado es 'voto único transferible', y que en una elección a rector las preferencias de los electores, ante cuatro candidatos, antes del cierre de campaña eran las siguientes:

$$\begin{array}{lll} B \succ C \succ D \succ A, & 30 & \text{votos} \\ C \succ D \succ A \succ B, & 70 & \text{votos} \\ D \succ A \succ C \succ B, & 80 & \text{votos} \\ A \succ D \succ C \succ B, & 90 & \text{votos.} \end{array}$$

Con lo cual B sería eliminado y sus votos pasan a C. A continuación se elimina D y finalmente *A vence a C* por 170 a 100.

Sin embargo al cierre de la campaña el candidato A quiso atraer a un grupo de votantes que sabía que lo tenían en último lugar, para de esa forma tener más garantías de vencer. Efectivamente, supongamos que tras una promesa importante el grupo primero pasa al candidato A de la última posición a la primera, es decir:

$$\begin{array}{ll} A \succ B \succ C \succ D, & 30 \text{ votos} \\ C \succ D \succ A \succ B, & 70 \text{ votos} \\ D \succ A \succ C \succ B, & 80 \text{ votos} \\ A \succ D \succ C \succ B, & 90 \text{ votos} \end{array}$$

Ahora, con mayor razón, B queda eliminado en primer lugar y a continuación hay que eliminar a C, con lo cual D *gana a* A.

Tanto Borda como la votación aprobatoria o el voto múltiple limitado son monótonos y verifican la condición de Pareto. Ahora bien, la elección de un método sigue siendo difícil porque hay muchos métodos, y métodos diferentes conducen con frecuencia a resultados diferentes. De hecho uno de los resultados más impactantes, relativo a la elección de una alternativa, entre n candidaturas, con voto múltiple limitado es el siguiente:

Teorema de Saari [8]

Dadas n alternativas ($n \geq 3$), entre las que es necesario elegir una de ellas, existe siempre una distribución de preferencias para la cual si se usa un método de voto múltiple, que permite marcar m alternativas, vence:

- La alternativa primera si $m = 1$.
- La alternativa segunda si $m = 2$.
- La alternativa tercera si $m = 3$. Así sucesivamente hasta,
- La alternativa $n - 1$ si $m = n - 1$. Y si se aplica el método de Borda vence la alternativa n.

Ejemplo. Si para una elección a rector se presentan cinco candidatos y las preferencias de los votantes son

Votos	Preferencias
60	$A \succ B \succ C \succ D \succ E$
20	$A \succ C \succ E \succ D \succ B$
40	$A \succ E \succ C \succ D \succ B$
40	$C \succ B \succ D \succ E \succ A$
50	$D \succ C \succ E \succ A \succ B$
30	$E \succ B \succ C \succ D \succ A$
60	$E \succ B \succ D \succ A \succ C$

Votando a un solo candidato gana A, votando a dos gana B, votando a tres gana C, votando a cuatro gana D y aplicando Borda gana E. Por tanto cualquier candidato a rector que no resulte elegido en una elección similar a esta puede culpar al sistema electoral de su derrota.

5.2.4. Método para las elecciones al Claustro

Si nos planteamos la cuestión de qué método escoger para la elección de los claustrales en una universidad la respuesta no es fácil. Además, la estructura de campus, centros y su interrelación con los departamentos es diferente de unas universidades a otras. Las circunscripciones serán diferentes, y si varias universidades optan por circunscripción única, por ejemplo para los sectores del profesorado y el PAS, desearán establecer algunas limitaciones para garantizar cierta distribución de la representación. Esas limitaciones serán diferentes de unas universidades a otras y, en general, cada universidad necesita un análisis específico, para establecer un sistema electoral, que tenga en cuenta su estructura y la opinión de sus miembros.

Por lo tanto, no vamos a hablar aquí de un modelo de sistema electoral para la elección del Claustro de cualquier universidad, sino un modelo que palia algunos de los defectos más criticados de las elecciones en la etapa LRU.

La manipulación de un sistema electoral cuando hay tres o más alternativas es inevitable (teorema de Gibbard y Satterthwaite) [4, 9]; pero la manipulación llevada a cabo por los propios candidatos que les permite, en ocasiones, decidir el resultado de la elección, independientemente de lo que puedan preferir los restantes electores, puede reducirse casi por completo. Ya sea cambiando el método basado en el voto múltiple limitado por otro método de elección social, o bien disminuyendo el número de candidatos que los votantes pueden marcar en las circunscripciones grandes. El límite tendría que ser diferente si hay circunscripciones de tamaño diferente.

Además, en la elección de un método hay que tener en cuenta las propiedades definidas anteriormente. No todas tienen la misma importancia. Así, mientras que la monotonía y Pareto tendrían que ser irrenunciables, la independencia de las alternativas irrelevantes no es tan importante ni la verifican la mayoría de los métodos. Condorcet se refiere a elecciones de una sola alternativa y en tal caso no siempre existe vencedor de Condorcet.

En circunscripciones grandes, fundamentalmente en el sector del profesorado numerario doctor, es muy importante disminuir el efecto de la manipulación. Por tanto, hay que descartar el método de votación aprobatoria y el de voto múltiple con limitación próxima al número de representantes a elegir. Un método interesante, para la proporcionalidad [6] y frente a la manipulación, puede ser el de tipo Borda con pesos: $(1, 1/3, 1/5, 1/7, \dots)$.

Este método garantiza un reparto con la misma proporcionalidad que St. Laguë si los electores constituyen subgrupos disjuntos que apoyan en cada caso a un grupo de candidatos diferente y los electores de cada subgrupo establecen la misma ordenación de sus candidatos.

Esta hipótesis no suele cumplirse, pero pequeñas modificaciones con respecto a ese comportamiento de los electores conducen a pequeños cambios en las puntuaciones de los candidatos y, por tanto, este método de elección social incluye una dosis de proporcionalidad. Salvo por razones técnicas de papeleta de votación, no sería necesario establecer ninguna limitación en el número de candidatos que un elector puede ordenar. El método es aplicable en circunscripciones de cualquier tamaño. Si en lugar de los pesos anteriores se usan los inversos de los números naturales, como ha aplicado la Universidad de Jaén en alguna ocasión, se obtiene, bajo la hipótesis anterior, la misma proporcionalidad que el método d'Hondt.

De no usar uno de estos métodos tipo Borda y continuar con el voto múltiple es recomendable disminuir el número de candidatos a marcar. Varias universidades han optado por circunscripción única en los sectores del profesorado y PAS, para elegir el Claustro constituyente. Por ejemplo, en Córdoba y en Almería se permitía marcar más de 115 candidatos para la elección de los representantes del sector primero en circunscripción única. Así podía haberse organizado una alianza, comprometida a comprobar el voto presenciando el escrutinio, y ganar la totalidad (o la casi totalidad) de los representantes, salvo que se organice otra alianza similar en tamaño. Ahora bien, ¿tiene necesidad un elector de poder votar a 115 candidatos o con poder votar a unos 15 es suficiente?

Limitar a 10 o 15 el número de candidatos que se pueden marcar en circunscripción única es una opción mucho más abierta que la circunscripción por centros, pues permite votar a los candidatos que pertenecen al propio departamento y es mucho menos manipulable que los sistemas actuales. Por otra parte todos los electores se enfrentan a un mismo sistema electoral, pues lo que ocurre cuando se tienen circunscripciones de tamaños muy diferentes es que en realidad se tienen sistemas electorales diferentes. Por otra parte en las universidades en las que un profesor puede cambiar de centro cada curso, un claustral que ha sido elegido por un centro y cambia de centro al realizar la ordenación docente del próximo curso, ¿a qué centro representa en el Claustro?, ¿debe dimitir por haber cambiado de centro? La circunscripción única en los tres sectores indicados evita estos interrogantes.

En el siguiente Anexo, vamos a simular una distribución de los representantes con datos de la Universidad de Granada, usando circunscripción única en todos los sectores excepto en el de alumnos, para los cuales las circunscripciones serán los centros y se garantizará un representante por centro y proporcionalidad al número de alumnos del mismo. Además en el sector primero (numerarios doctores) se garantizará un número de actas de claustral a los departamentos en función de su tamaño (con objeto de no polarizar la representación de este sector). Asimismo, el segundo sector se dividirá en subsectores y el reparto de la representación entre los diferentes subsectores se hará aplicando diferentes pesos y circunscripción única en cada uno de ellos. Para los repartos proporcionales se usa el método de St. Laguë y se propone como método de elección, en todos los casos, el de Borda con pesos 1, 1/3, 1/5, ...

Conclusiones

En este trabajo se ha mostrado la facilidad de manipular las elecciones al Claustro Universitario, fundamentalmente en el sector primero (profesorado numerario doctor).

También se han indicado algunos inconvenientes de las circunscripciones por centros para los dos sectores en que participan los profesores. Concluyendo que una salida sería establecer para ambos sectores una sola circunscripción para las elecciones al Claustro, si bien con algunas limitaciones. Concretamente, con respecto a la ubicación de los representantes del primer sector se debería garantizar cierta proporcionalidad, respecto a los censos de los miembros de este sector en los centros o bien en los departamentos (decantándose por estos últimos). Para el segundo sector debería garantizarse cierta proporcionalidad en la representación de los diferentes tipos de profesores que lo integran y de los becarios de investigación. Esta proporcionalidad estaría afectada de pesos diferentes dependiendo del subsector que se trate.

Con respecto al sector de los alumnos de proponen como circunscripciones los centros o las titulaciones y con respecto al PAS, circunscripción única.

Se propone como método de reparto proporcional el de St. Laguë, que representa pocos cambios en sus asignaciones con respecto al que se usa habitualmente, el de los restos mayores. Pero, cualitativamente, representa un cambio muy importante con respecto al método de los restos mayores debido a las propiedades que verifica uno y otro.

En cuanto al método de elección social se proponen un voto tipo preferencial, en todos los sectores, y un recuento tipo Borda cuyos pesos son los inversos de los números impares, o bien, un voto múltiple en el que se disminuye de forma considerable el número de alternativas a marcar.

Se han efectuado algunas simulaciones usando datos de la Universidad de Granada y se muestran en el Anexo, que sigue a continuación.

Anexo: Simulaciones

Se va a suponer que el tamaño del Claustro es 300, con lo que el sector 1º tendrá, al menos, 153 representantes. No obstante se utilizarán los siguientes tamaños para los diferentes sectores.

Sectores LOU	Miembros	Representantes
Sector 1: Numerarios doctores	1800	160
Sector 2: Restantes docentes e investigadores	1500	40
Sector 3: Alumnos	60000	70
Sector 4: PAS	1500	30

El número de miembros que figura para cada sector se han redondeado a múltiplos de 100 puesto que cambian con mucha frecuencia. Los representantes asignados a cada sector son cifras para poder efectuar simulaciones, sin que signifiquen una apuesta por las mismas, por eso se han elegido múltiplos de 10. En cualquier caso se ha procurado que sean próximas a las elegidas en las diferentes universidades para el Claustro constituyente.

Sector 1º

Circunscripción única condicionada a unos mínimos por Departamentos.

Por ejemplo, si se acuerda que los mínimos sumen 140 de los 160, quedarían 20 cuya ubicación no está forzada, podrían pertenecer a cualesquiera de los departamentos. Estos 140 se distribuyen con St. Laguë en proporción a los numerarios doctores de cada departamento.

De esta forma para 98 departamentos (de los 101 existentes) se garantiza que al menos uno de sus miembros del sector 1º será elegido para el Claustro (siempre que haya candidatos). Sólo tres departamentos no tendrían garantizado que alguno de sus miembros del sector 1º sea claustral. Concretamente son los que tienen seis miembros de este sector o menos, pero al quedar 20 claustrales que no están sujetos a pertenecer a un departamento en concreto, cualquiera de los departamentos afectados puede obtener claustrales por el sector 1º , (teóricamente pueden serlo todos los doctores numerarios de esos tres departamentos siempre que obtengan votos suficientes). La distribución de 140 claustrales para garantizar los mínimos sería:

Claustrales garantizados	Departamentos afectados
0	3
1	63
2	28
3	7

Es decir, la mayor parte de los departamentos tendrían garantizados uno o dos claustrales del sector 1º. Siete de ellos tendrían garantizados 3.

Al efectuar el recuento de las puntuaciones con el método de Borda y los pesos indicados, se asignaría el acta de claustral a tantos como indica el mínimo de cada departamento (entre los miembros del mismo que más puntuación hayan obtenido). A continuación se asignan las 20 actas restantes (o más, caso de que en algún departamento hayan concurrido menos candidatos de los que indica su mínimo), a los candidatos de mayor puntuación, independientemente del departamento a que pertenezcan. Cualquiera de los tres departamentos que no tiene asegurada representación puede conseguir alguno de estos 20 últimos.

Nota: Si se establece circunscripción única para el sector primero es posible que el número de candidatos sea muy elevado, en tal caso es importante la papeleta de votación y el escrutinio. Es posible hacer un diseño de papeleta y un pequeño programa que permita efectuar el recuento con un ordenador, máxime si se opta por un método tipo Borda.

SECTOR 2º

La complejidad de este sector se debe a que abarca profesores de muchos tipos y a todos los becarios de investigación. Además su tamaño es mucho menor que el del sector 1º. Así pues, puede ser interesante considerar varios subsectores. En varias universidades ya se ha hecho para la elección del Claustro constituyente. La distribución entre los subsectores puede ser fruto de una negociación. Eso puede ser aceptable para una elección como la del Claustro constituyente pero no para plasmarla en unos estatutos, ya que el número de miembros de cada subsector cambia todos los años y lo negociado ahora puede resultar aberrante después de cierto tiempo, lo que obligaría a modificar los estatutos. Para que pueda tener cierta continuidad, lo más lógico es efectuar un reparto proporcional a los miembros de cada subsector ponderados según un acuerdo previo. A continuación mostramos una simulación para asignar los 40 representantes de este sector.

Subsectores	Miembros	Peso	Valor	Representantes
Prof. Funcionario	230	4	920	9
Prof. Contratado Doctor	600	4	2400	24
Prof. Colaborador	100	1	100	1
Prof. Asociado T.P.	300	1	100	1
Prof. Visitante	15	4	60	1
Prof. Eméritos	25	4	100	1
Prof. Ayudantes+Ayudantes	30	2	60	1
Becarios	400	0.5	200	2

Si se desea un número inferior de subsectores es inmediato hacerlo. Lo importante es acordar unos pesos para cada figura de profesor o de investigador.

Puede establecerse que cada subsector elija por separado o que todo el sector elija conjuntamente, pero garantizando que el acta de claustral corresponde a los 9 más votados funcionarios, los 24 más votados contratados doctor, etc.

En cualquier caso, el voto debería ser de tipo preferencial con recuento tipo Borda y pesos 1, 1/3, 1/5, ...

Sector 3º

Tal y como habíamos indicado la circunscripción será en este caso el centro para los alumnos de primer y segundo ciclo, y circunscripción única para los de Tercer Ciclo.

ALUMNOS
70 representantes
CIRCUNSCRIPCIÓN POR CENTROS CON MÍNIMO 1
(distribuidos con el método de St. Laguë)

Centro	Alumnos	Representantes
Escuela Técnica Superior de Arquitectura	1451	2
Escuela Técnica Superior de CC y Puertos	1696	2
Escuela Técnica Superior de Informática	1694	2
Escuela Universitaria de Arquitectura Técnica	2535	3
Escuela Universitaria de Ciencias de la Salud	851	1
Escuela U. de Estudios Empres. de Melilla	300	1
Escuela Universitaria de Relaciones Laborales	2132	2
Escuela Universitaria de Trabajo Social	734	1
Facultad de Bellas Artes	1300	1
Facultad de Biblioteconomía y Documentación	1059	1
Facultad de Ciencias	8033	9
Facultad de Ciencias de la Actividad Fis. y el Dep.	1005	1
Facultad de Ciencias de la Educación	5730	7
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales	6208	7
Facultad de Ciencias Políticas y Sociología	1930	2
Facultad de Derecho	5270	6
Facultad de Humanidades de Ceuta	681	1
Facultad de Humanidades de Melilla	455	1
Facultad de Farmacia	3565	4
Facultad de Filosofía y Letras	5188	6
Facultad de Medicina	1686	2
Facultad de Odontología	485	1
Facultad de Psicología	1883	2
Facultad de Traducción e Interpretación	1484	2
Tercer Ciclo	2612	3
	59968	70

Procedimiento de elección

Idéntico al sector profesorado, pero limitado a los candidatos de su centro.

Procedimiento de asignación de actas de claustral

Tras efectuar el recuento con el método de Borda y los pesos 1, 1/3, 1/5,... los dos candidatos con mayor puntuación de Arquitectura Superior son los representantes de este centro. Análogo para los demás.

Si se desea, pueden establecerse mínimos por titulación en algunos centros.

SECTOR 4º

El PAS ha concurrido últimamente siempre en circunscripción única. Se encuentra adscrito a más de 60 centros y servicios. Nada parece justificar cambio alguno, salvo en el proceso de votación y recuento, que al ser una circunscripción grande se presta algo a la manipulación por parte de los candidatos y, por tanto, también podría usarse el método tipo Borda propuesto o disminuir el número de candidatos a marcar.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer al Prof. J. Martínez Aroza los comentarios e indicaciones hechas a este artículo, que han permitido una mejora del mismo. Asimismo, desean agradecer a la Junta de Andalucía por su financiación al grupo FQM191, y al Ministerio de Ciencia y Tecnología por su financiación a través del proyecto SEC2001-3117.

REFERENCIAS

[1] K. ARROW, *Social Choice and Individual Values*, Wiley, New York (1963).

[2] M.L. BALINSKI, *Fair Representation*, Yale University (1982).

[3] M.L. BALINSKI, V. RAMÍREZ, A case study of electoral manipulation: the Mexican laws of 1989 and 1994, *Electoral Studies*, **15**, 203-217 (1996).

[4] A. GIBBARD, Manipulation of Voting Schemes: A General Result, *Econometrica*, **41**, 587-601 (1973).

[5] V. RAMÍREZ, M.L. MÁRQUEZ, R. PÉREZ, Parametric Subfamilies of Apportionment Methods, *Advances in Computational Mathematics*, Marcel Dekker, 471-479 (1999).

[6] V. RAMIREZ, Reparto proporcional y elección social, *Actas de las VI Journées Zaragoza-Pau, Mat. Apli. et Statist.* (2000).

[7] D.G. SAARI, *Geometry of voting*, Springer-Verlag, (1994).

[8] D.G. SAARI, *Chaotic Elections!. A Mathematician Looks at Voting*, AMS, (2001).

[9] M.A. SATTERTHWAITE, Strategy-Proofness and Arrow conditions: Existence and Correspondence Theorems for Voting Procedures and Social Welfare Functions, *Journal of Economic Theory*, **10**, 187-217 (1975).

[10] A. TAYLOR, *Mathematics and Politics*, Springer-Verlag, Berlin, (1995).

V. Ramírez González y A. Palomares Bautista
Dpto. Matemática Aplicada
Facultad de Ciencias
Universidad de Granada
correos electrónicos: vramirez@ugr.es, anpalom@ugr.es