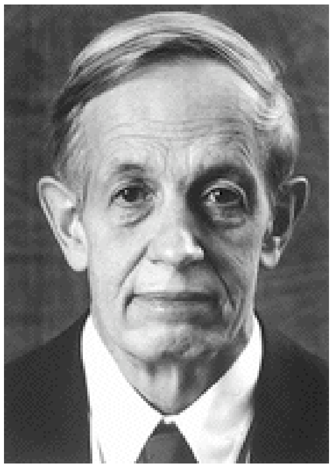
J. F. Nash: Un matemático Nobel de Economía

por

Federico Valenciano[13]

1. INTRODUCCIÓN



John F. Nash

Para el matemático alejado de las ciencias sociales en general y de la economía en particular, no puede mas que resultar sorprendente el caso de Nash. Aun dejando a un lado la dramática biografía del personaje, súbitamente popularizada en versión cinematográfica al gusto americano por la película de R. Howard, resulta fascinante el caso de un matemático que, habiendo recibido un solo curso de economía en su vida, recibe el Premio Nobel de Economía por un breve trabajo publicado casi medio siglo antes. En la nota de prensa en la que la Real Academia Sueca de Ciencias anunciaba la concesión del galardón en 1994 en forma compartida a J. F. Nash, R. Selten y J. Harsanyi, se fundamenta la decisión en la contribución de los tres autores a la noción de equilibrio como predicción del resultado de la interacción estratégica, y su enorme impacto en el análisis económico. En la misma nota, en el resumen sumario de los méritos de los tres laureados, en relación con Nash, y aparte de su reconocimiento como introductor de la noción que con el tiempo sería conocida como "equilibrio de Nash", se destaca su introducción de la distinción entre juegos cooperativos, en los que son posibles los acuerdos vinculantes, y juegos no cooperativos, donde estos acuerdos no son posibles.

En esta breve nota, con el propósito de acercar al público matemático la contribución de Nash a la teoría de juegos y la economía, se presentan brevemente sus dos aportaciones más significativas e influyentes. De un lado, claro está, la noción de equilibrio no cooperativo, noción central de la teoría de juegos. Pero también su solución al problema del regateo o negociación,

[13]Quiero agradecer a mis compañeros J. Duoandikoetxea, F. Grafe, E. Iñarra y A. Laruelle sus comentarios al primer borrador de estas notas. La responsabilidad de opiniones y carencias es sólo mía.

paradigma y referencia básica de la literatura posterior en el terreno de los juegos cooperativos. Siguiendo un orden cronológico, me referiré en primer lugar a este último trabajo.

2. El problema de negociación o regateo

Al parecer inspirado por el único curso de economía que recibió en su vida[14], antes de ir a Princeton, y como resultado de su primer contacto con la teoría de juegos al llegar allí, donde éste era un tema caliente, Nash abordó y propuso un original tratamiento y "solución" al problema de negociación o regateo ("the bargaining problem"). Una situación de regateo o negociación es una situación en la que dos individuos pueden beneficiarse de la cooperación siempre que lleguen a un acuerdo sobre el modo de llevarla a cabo. Más precisamente, ambos tienen a su alcance una variedad de alternativas posibles que mejorarían la situación de los dos, y sólo el acuerdo les separa de cualquiera de ellas. El problema abordado por Nash es el de determinar el resultado o "nivel de satisfacción" que dos individuos racionales pueden esperar en una situación de este tipo, o, de otro modo, el valor que para cualquiera de ellos tiene la oportunidad de enfrentarse a una situación de esta naturaleza.

Para ello, Nash (1950a) propone un modelo matemático muy simple que capta lo esencial de una situación de negociación por medio de una cierta idealización de la misma. Dos agentes, que llamaremos 1 y 2, buscan un acuerdo sobre qué alternativa llevar adelante de un conjunto de ellas, que podemos considerar finito. Todas ellas beneficiarían al menos a alguno de ellos, si no a ambos, pues podemos eliminar del conjunto de alternativas aquellas que empeorarían el *status quo* o situación de partida a la que revertirían en caso de no llegar a un acuerdo: un agente racional nunca aceptaría una de ellas. Se supone que ambos están de acuerdo en ensanchar el conjunto de opciones ("anticipaciones" en los términos originalmente empleados por Nash) posibles incluyendo como tales mezclas aleatorias de las alternativas de partida. Por ejemplo, si A y B son dos alternativas o acuerdos factibles, también lo sería cualquier combinación probabilística de ambas, denotada $pA + (1 - p)B$, esto es, cualquier "lotería" (el término hoy habitual) que da A con probabilidad p, y B con probabilidad $(1 - p)$, con $0 \leq p \leq 1$. Esto involucra el problema del comportamiento racional en situaciones de riesgo. Nash supone las preferencias de ambos agentes consistentes con el modelo de conducta racional en situaciones de riesgo propuesto por von Neumann y Morgenstern en su obra fundacional de 1944. Es decir, que las preferencias de ambos agentes pueden representarse del siguiente modo. Para cada uno de ellos existe una función u_i que asigna a cada alternativa A de las de partida un número real $u_i(A)$,

[14] Las pocas referencias biográficas que acompañan a esta nota están basadas en la documentada biografía de Nash escrita por Sylvia Nasar (1998), y en las notas que acompañan la recopilación de sus trabajos recientemente editada por H. W. Kuhn y S. Nasar (2002).

de modo que: (i) $u_i(A) > u_i(B)$ si y sólo si A es preferido a B por i, esto es, u_i es una función (de "utilidad") que representa las preferencias de i sobre el conjunto de alternativas de partida, y (ii) la función ("de utilidad esperada"), que denotaremos también u_i, que asigna a cada lotería el valor esperado de u_i (por ejemplo, $u_i(pA + (1-p)B) = pu_i(A) + (1-p)u_i(B)$), representa las preferencias de i sobre el conjunto así ampliado de opciones. Como es sabido, de existir tal función u_i sobre el conjunto de alternativas de partida, ésta no es única: también cumplirá estas mismas condiciones $au_i + b$, para cualquier par de números reales a y b, siempre que $a > 0$. De otro modo, estas funciones, para uno y otro agente, están determinadas salvo el cero u origen y la unidad de escala para cada una de ellas. Sin pérdida de generalidad, parece natural elegir como cero para ambas funciones la utilidad de la situación de partida o *status quo* al que revertirían si no se llegase a ningún acuerdo.

Elegido así un par de funciones u_1 y u_2 para expresar las preferencias de uno y otro agente, es posible describir sumariamente la situación a la que ambos se enfrentan representando gráficamente en el plano todos los vectores "de utilidades" $(u_1(\alpha), u_2(\alpha))$ asociados a todas las posibles opciones, incluyendo las mezclas aleatorias. Un punto distinguido en este conjunto es el correspondiente al caso de desacuerdo o *status quo*, que será el origen si se han elegido las funciones de utilidad del modo indicado. El conjunto así obtenido es convexo y compacto. Lo primero porque cualquier punto intermedio del segmento que une dos cualesquiera de este conjunto puede obtenerse para la combinación probabilística apropiada de las dos "anticipaciones" correspondientes a esos dos puntos. Lo segundo porque ese conjunto es el cierre convexo de un conjunto finito: el de los vectores de utilidades asociados a las opciones de partida. Naturalmente, distintos acuerdos alternativos pueden proyectarse sobre un mismo punto siempre que sean vistos como indiferentes por ambos agentes, pero en este caso pueden verse como acuerdos equivalentes. De este modo, este gráfico, aunque determinado sólo salvo un cambio de escala, puede tomarse como una representación completa de los aspectos esenciales de la situación.

Resumida de este modo la situación, se entiende por "solución" un punto de este conjunto, realizable por tanto mediante el acuerdo apropiado, justificable o interpretable como expectativa *racional* compartida por ambos agentes, que se reconocen mutuamente como tales. A partir de aquí, el modo de proceder de Nash es proponer condiciones, una a una razonables y consistentes con el sentido de lo dicho hasta aquí, que cabría esperar de una solución así entendida. Si S denota el conjunto compacto y convexo mencionado para un par de funciones de utilidad u_1 y u_2, y $c(S)$ denota la solución, estas condiciones son las siguientes.

1. Si $(u_1(\alpha), u_2(\alpha))$ es un punto de S y existe otro $(u_1(\beta), u_2(\beta))$ tal que $u_i(\beta) > u_i(\alpha)$ (para $i = 1, 2$), entonces $(u_1(\alpha), u_2(\alpha)) \neq c(S)$.

2. Si el conjunto de opciones de partida se reduce, manteniéndose las preferencias (y funciones de utilidad que las representan) sobre las que permanecen, así como sobre sus combinaciones probabilísticas, de modo que el nuevo con-

junto de vectores de utilidades factibles se reduce a $T \subseteq S$, pero contiene a $c(S)$, entonces $c(T) = c(S)$.

Se dice que el problema es *simétrico* si S es cerrado por permutaciones de sus coordenadas. Es decir, si el conjunto S es simétrico con respecto a la bisectriz $u_1 = u_2$.

3. Si S es simétrico, entonces $c(S)$ es un punto de la forma (a, a).

Finalmente, dado el grado de indeterminación de las funciones de utilidad, la solución debe ser independiente de la elección de origen y escala para éstas.

4. Si S' es el conjunto que se obtiene cuando se toman funciones de utilidad $u'_i = a_i u_i + b_i$ $(i = 1, 2,\ a_i > 0)$, entonces $c(S') = (a_1 c_1(S) + b_1, a_2 c_2(S) + b_2)$.

La primera condición (habitualmente denominada "eficiencia" u "optimalidad de Pareto") expresa que un acuerdo que sea mejorable para ambos no será aceptado. La segunda ("independencia de alternativas irrelevantes") expresa la siguiente condición de racionalidad: si $c(S)$ es considerado por ambos agentes el (vector de utilidades asociado al) mejor acuerdo posible en la situación de partida, y a continuación el conjunto de acuerdos factibles se reduce manteniéndose factible la opción antes considerada óptima, parece natural y razonable seguir considerando ésta óptima sobre un conjunto menor de posibilidades. La tercera ("simetría") requiere que la solución no dependa de la "etiqueta" (1 ó 2) que se asigne a cada agente. Más precisamente, la solución sólo debe depender de la descripción matemática de la situación, pero siendo irrelevante la etiqueta asignada a cada jugador, viniendo así a ser una condición de isomorfía[15]. Por último, el sentido de la cuarta, ya explicitado, es obvio.

Pues bien, no es difícil demostrar (Nash lo hace en unas pocas líneas y el lector matemático es invitado a hacerlo por sí mismo) que estas cuatro condiciones, bajo los supuestos descritos, determinan de modo unívoco una solución para cada problema. Más específicamente, estas condiciones imponen que la solución sea el punto del conjunto S en el que se maximiza el producto de utilidades $u_1 u_2$[16].

Si dentro de la teoría de los juegos no cooperativos la noción central desde su introducción por Nash es la de equilibrio, dentro de la teoría de los juegos cooperativos, este trabajo de Nash es una de las referencias básicas, y la central en el caso de la literatura relacionada con el problema de negociación. Merece destacarse la claridad y la simplicidad de un modelo que capta los elementos esenciales de un tipo de situación cuya complejidad la hacía ser

[15] En el artículo original (Nash, 1950a) esta condición es interpretada como expresión del supuesto de igual capacidad o habilidad negociadora de ambos agentes. El mismo Nash, en (1953), desecha esta interpretación como errónea e inconsistente con el supuesto de racionalidad e información completa.

[16] Esto suponiendo que se han elegido funciones de utilidad para las que el cero se sitúa en el caso de desacuerdo o *status quo*. En otro caso, será el punto de S en el que se maximiza el producto $(u_1 - d_1)(u_2 - d_2)$, donde d_i representa el valor de u_i en la situación de partida.

considerada inabordable teóricamente, o de resultado indeterminado más allá de la condición de "eficiencia" señalada ya por Edgeworth (1881). Al mismo tiempo, me parece importante resaltar la simplicidad de la construcción desde el punto de vista matemático. Volveré sobre este punto al comentar algunos aspectos que me parecen dignos de subrayar en el trabajo de Nash y que están también presentes en la más famosa de sus aportaciones, que a continuación presentamos brevemente.

3. El equilibrio no cooperativo o "de Nash"

El antecedente inmediato de la noción de equilibrio introducida por Nash se encuentra en la noción de punto de silla en estrategias mixtas en juegos de dos personas y suma nula en la obra fundacional de la teoría de juegos *Theory of Games and Economic Behavior,* publicada por J. von Neumann y O. Morgenstern en 1944[17]. En ella, junto al modelo de comportamiento racional en situaciones de riesgo antes mencionado, von Neumann y Morgenstern introducen los dos modelos básicos de juego: el juego en forma "extensiva", y su resumen sumario o normalizado en forma "estratégica". En el primero se incorporan formal y minuciosamente todas las posibles historias del juego, correspondientes a todas las posibles secuencias de decisiones de los jugadores que pueden darse hasta alcanzar el final del juego, así como los pagos resultantes para cada uno de los jugadores en todos los finales posibles. El segundo modelo se basa en la noción de "estrategia pura", esto es, un plan de juego que especifica de modo exhaustivo para un jugador la elección o decisión que tomará en todas y cada una de las situaciones que pueden presentarse a lo largo del juego de acuerdo con las reglas que lo especifican. De este modo se simplifica drásticamente el nivel de detalle que se incorpora al modelo, que queda así reducido a los siguientes elementos: un conjunto $1, 2, .., n$ de *jugadores* y, para cada uno de ellos, un conjunto de *estrategias pura*s Π_i y una *función de "pagos"* que asigna a cada n-tupla de estrategias el pago que esa combinación de decisiones supondría para ese jugador. Sobre este punto de partida se supone además que cada jugador puede aleatorizar sus decisiones. Así una *estrategia mixta* de un jugador es una distribución de probabilidad sobre sus estrategias puras, y una combinación o n-tupla de *estrategias mixtas* determina una distribución de probabilidad sobre las combinaciones de estrategias puras y los finales de juego que éstas determinan, y por tanto sobre los pagos. De este modo, a cada combinación de estrategias mixtas le corresponde un pago *esperado* para cada jugador. Hay que suponer, pues, que las funciones

[17]En realidad este resultado ya aparece en von Neumann (1928), aunque la obra de von Neumann y Morgenstern es, aparte de uno de sus propios trabajos (Nash, 1950b), la única referencia en la bibliografía de su tesis. También cabe mencionar como antecedente la noción de Cournot (1838) en su análisis del duopolio, aunque Nash, con toda probabilidad, no supiera nada de este autor.

de pago se han elegido de modo que los pagos esperados representen las preferencias de uno y otro jugador de acuerdo con el modelo de comportamiento en situaciones de riesgo descrito en el apartado anterior.

Von Neumann y Morgenstern estudian con especial detalle el modelo anterior para el caso de *dos* jugadores y "suma nula", obteniendo para este caso el conocido teorema de "minimax" o de existencia de punto de silla. Esto es, la existencia de al menos un par de estrategias mixtas, una para cada jugador, de manera que cada una de ellas es la mejor respuesta a la otra. Es más, aunque puede haber más de un par de estrategias con esta propiedad, si es así el pago que recibe cada jugador es el mismo en todas esas situaciones, y además cualquier combinación formada a partir de ellas tomando una estrategia mixta para el primer jugador y otra para el segundo entre las que aparecen en alguno de estos pares, el par resultante tiene la misma propiedad. Puede por tanto interpretarse al pago asociado a estas combinaciones de estrategias mixtas como el *valor* del juego, o pago que un jugador racional puede esperar ante la opción de participar en él (frente a otro igualmente racional).

Pese a ser éste uno de los resultados principales en el libro de von Neumann y Morgenstern, el caso considerado es de muy limitado interés. Hemos obviado la explicación precisa de la condición de "suma nula", pero es necesario detenerse en ella para entender lo restrictivo de este supuesto. Ciertamente abundan situaciones en las que los intereses de dos agentes son opuestos (por ejemplo, cualquier juego en el que sólo sea posible un ganador que recibirá lo que el perdedor haya de pagar). Pero el supuesto va mucho más allá de esto. Para ello, nótese que las funciones asépticamente presentadas como "de pago", deben entenderse en general como funciones *de utilidad esperada*, de acuerdo con el modelo de racionalidad en situaciones de riesgo de von Neumann y Morgenstern ya mencionado. Esto significa que la condición de suma nula requiere no sólo que si 1 prefiere A a B, entonces 2 prefiera B a A (y recíprocamente); sino que si 1 considera a C equivalente, digamos, a la lotería $\frac{1}{3}A + \frac{2}{3}B$, entonces 2 considere a C equivalente a $\frac{2}{3}A + \frac{1}{3}B$. Es decir, en un juego de suma nula cada jugador es un réplica exacta pero invertida del otro. Esto es muy restrictivo y de escasa aplicación, incluso en el plano teórico.

El resto del libro de von Neumann y Morgenstern desarrolla lo que Nash llama en la introducción de su breve tesis doctoral[18], "a theory of n-person games of a type which we would call cooperative" (Nash, 1950c y 1951), basada en el análisis de las interrelaciones de la distintas coaliciones que los jugadores pueden formar. Y en el siguiente párrafo de su tesis Nash señala: "Our theory, in contradistinction, is based on the *absence* of coalitions in that it is assumed that each participant acts independently, without collaboration or communication with any of the others". Ha puesto así encima de la mesa la teoría *no cooperativa* de los juegos, que atraerá la mayor parte de la investigación ulterior.

[18]Kuhn y Nasar (2002) contiene el facsímil de sus 28 páginas.

El ingrediente básico de la nueva teoría es la noción de *equilibrio*, el equilibrio no cooperativo, o, con el tiempo, “de Nash”. Sobre el formalismo descrito al principio de esta sección, esto es, la extensión mixta de un juego de n personas en forma estratégica, Nash formula su noción de equilibrio como una generalización del concepto de solución o punto de silla para juegos de dos personas y suma cero antes comentado. Así, un punto de equilibrio es una n-tupla de estrategias mixtas en la que cada una de ellas es una respuesta óptima frente a la configuración que forman las restantes. Más precisamente, es una n-tupla de estrategias mixtas $s = (s_1, ..., s_n)$, tal que si para cualquier estrategia mixta t_i del jugador i denotamos $(s; t_i) := (s_1, .., s_{i-1}, t_i, s_{i+1}, .., s_n)$, se verifica para todo i

$$p_i(s) = \max_{t_i \in S_i} p_i(s; t_i),$$

donde S_i denota el conjunto de estrategias mixtas del jugador i, y p_i su función de pagos esperados.

Nash demuestra entonces el “resultado” central de su tesis: la existencia de equilibrio en estrategias mixtas en todo juego finito[19]. Nash dio tres demostraciones distintas de este teorema. Previamente a la presentación de su tesis doctoral, en un brevísimo artículo publicado en *Proceedings of the National Academy of Sciences* (Nash, 1950b) prueba la existencia de equilibrio por medio del teorema de punto fijo de Kakutani. Mientras que en su tesis (Nash, 1950c) y en el artículo en que publica la misma en *Annals of Mathematics* (Nash, 1951) utiliza para ello el teorema de punto fijo de Brouwer. Aquí bosquejaré la prueba que aparece en el último trabajo citado, resultado de mejorar la que aparece en su tesis doctoral y en mi opinión la más atractiva de las tres.

Para ello será necesario un poco de notación. Escribiremos $s_i = \sum_\alpha c_{i\alpha}\pi_{i\alpha}$ con $c_{i\alpha} \geq 0$ y $\sum_\alpha c_{i\alpha} = 1$ para representar la estrategia mixta del jugador i que asigna probabilidad $c_{i\alpha}$ a la estrategia pura $\pi_{i\alpha} \in \Pi_i$, y diremos que s_i *usa* $\pi_{i\beta}$ si $c_{i\beta} > 0$. El conjunto de estrategias mixtas de cada jugador i puede identificarse, pues, con un símplex de dimensión igual al cardinal de Π_i (finito) menos 1. De la linealidad de $p_i(s_1, ..., s_n)$ en cada componente se sigue fácilmente que en una n-tupla de estrategias mixtas la estrategia mixta de un jugador es una respuesta óptima a la configuración que forman las estrategias mixtas de los $n-1$ restantes si y sólo si este jugador usa exclusivamente estrategias puras que son, todas y cada una de ellas, respuestas óptimas a la configuración dada por las $n-1$ estrategias mixtas de los otros. Se asigna entonces a cada n-tupla de estrategias mixtas una nueva n-tupla “corregida” del siguiente modo. Si es un equilibrio se le asigna la misma n-tupla. Si no lo fuese, significaría que algún(os) jugador(es) está(n) usando alguna estrategia pura que no es respuesta óptima a la configuración restante, y quizá no está(n)

[19]Un juego es *finito* si lo es el conjunto de estrategias puras de todos los jugadores.

usando otras que sí lo son. Si es así, “corregimos” las estrategias mixtas de estos jugadores incrementando la probabilidad de aquellas estrategias puras que son mejor respuesta que la estrategia mixta usada en esa n-tupla en forma proporcional a la cuantía de dicha mejora, y a costa de las estrategias puras que no la mejorarían. Obsérvese que un punto fijo de esta aplicación sólo puede serlo si es un equilibrio. Pues bien, no es difícil definir esta “corrección” de modo que la aplicación del producto cartesiano de los conjuntos de estrategias mixtas de los n jugadores en si mismo sea continua. Como este producto cartesiano es un producto de símplices, es compacto y convexo. El teorema de Brouwer asegura entonces que existe un punto fijo para esta aplicación, es decir, un punto de equilibrio.

4. 50 años después

Hasta aquí una presentación sumaria de las dos aportaciones básicas de Nash a la teoría de juegos y la economía, o a la ciencia social en general, vale decir, aunque sean los economistas los que más se han interesado por ellas. ¿Y bien? ¿Hay para tanto? En el apartado en que nos hemos ocupado del problema de negociación, ya hemos comentado la absoluta originalidad de su tratamiento de este tipo de situación. Todavía en un trabajo posterior Nash (1953) reexamina el problema de negociación desde un punto de vista *no cooperativo*, es decir, modelando la situación como un juego no cooperativo en el que los agentes pueden hacer propuestas y amenazas, y en el que la solución ya obtenida desde el enfoque cooperativo resulta ser un equilibrio no cooperativo. De nuevo, otro papel seminal que sienta las bases de lo que después se ha llamado el “programa de Nash”, esto es, el tratamiento no cooperativo de situaciones cooperativas a base de incorporar en el modelo un “protocolo” de negociación en el que uno u otro acuerdo (o “solución” cooperativa) será o no el resultado de equilibrio.

En cuanto a la noción de equilibrio, su aportación fundamental, es de nuevo lo más destacable la capacidad de Nash para captar los elementos esenciales de una situación y darles forma precisa en un modelo simple y claro. En este caso para ir al grano y formular en términos absolutamente nítidos el problema básico que entraña la interacción racional: el resultado de acciones racionales en una situación de interdependencia estratégica en la que todos los participantes, igualmente racionales, comparten la información que se incluye en el modelo debería ser un equilibrio. Si no fuera así es que alguien no ha hecho lo mejor que podía hacer, lo que no es consistente con la idea de racionalidad. Una vez formulada simple y claramente, la idea parece obvia. Pero, como el trabajo de los cincuenta años posteriores ha mostrado, la inocente noción estaba preñada de preguntas cuya sola formulación entraña una mejor comprensión de esta clase de situaciones. Habiendo, como puede haber, no uno sino muchos y diversos equilibrios, ¿cómo se llega a alguno de ellos, y por qué no a otros?, ¿son todos los equilibrios igual de razonables?, ¿cómo es que a veces no se llega a ninguno y sin embargo es así mejor para todos?, ¿qué pasa con el tiempo, dejado fuera del modelo?, ¿cuál es el papel de la información?, ¿qué pasa si no todos los jugadores saben todo sobre la situación en la que están inmersos? Todas estas y otras preguntas han dado que hacer todos estos años (entre otros a sus compañeros de Nobel, Harsanyi y Selten) y aún hoy día lo siguen dando.

Aunque separar una cosa de otra carezca de sentido, creo que merece la pena subrayar que es la noción misma de equilibrio la más valiosa aportación de Nash en su tesis, con independencia del resultado de existencia que la completa. Aunque parezca insensato decir que sin el resultado de existencia la noción sería igualmente interesante, un ejemplo puede valer para apoyar tan aparentemente peregrina afirmación: el teorema de imposibilidad de Arrow, premio Nobel de Economía en 1972, es un resultado negativo (algo que parece razonable, no existe) que es el punto de partida de la teoría de la elección social. En las dos contribuciones brevemente glosadas en las páginas anteriores hay que insistir en un aspecto que ya se ha comentado en relación con el problema de regateo: la simplicidad de la construcción formal. En ambos casos el genio matemático de Nash se muestra *no* en la complejidad técnica de los recursos formales puestos en juego[20], sino en la frescura y capacidad de abstracción para captar lo esencial de una situación y expresarlo con claridad, simplicidad y rigor.

Deliberadamente he huido de una presentación descarnada de concepto y sólo "apta para matemáticos"[21], y he intentado respetar el estilo original de Nash, claro y sencillo, y no excesivamente formalista aunque preciso, atento siempre al sentido de lo que formalmente va incorporando en el modelo. Otra cosa sería contribuir a la confusión en que parece sumida buena parte del quehacer investigador en el tratamiento formal de las ciencias sociales, donde a menudo el afán de utilizar a toda costa un tecnicismo barroco prevalece sobre el sentido. Si la falta de rigor en el uso de las matemáticas en ciencias sociales ha sido a menudo criticada, en el otro extremo no es raro el ejemplo lamentable de artículos conceptualmente vacíos bajo un ropaje de ahuecada complejidad matemática. Frente a tales despropósitos, el trabajo de Nash sigue siendo hoy un hito inigualado y una lección llena de actualidad. Si he conseguido despertar

[20] Al parecer von Neumann, también matemático, desechó como "trivial" el "resultado" de Nash: "another fixed point theorem", parece que fue su comentario (Kuhn y Nasar, 2002).

[21] Creo que fue Bertrand Russell el que dijo que las matemáticas son la única ciencia en la que se puede hablar con absoluta precisión sin saber de qué se habla. Desafortunadamente algunos supuestos científicos sociales creen poder hacer esto en su terreno.

la curiosidad de algún lector por leer los trabajos de Nash habrá merecido la pena el trabajo de escribir estas notas.

Referencias

[1] A. Cournot, 1838, *Recherches sur les principes matémathiques de la théorie des richesses*, Libraire des sciences politiques et sociales, M. Rivière & cie, París.

[2] F.Y. Edgeworth, 1881, *Mathematical Psychics*, Kegan Paul, Londres.

[3] H.W. Kuhn y S. Nasar (editores), 2002, *The essential John Nash*, Princeton University Press.

[4] S. Nasar, 1998, *A beautiful mind*, Simon & Schuster, New York.

[5] J.F. Nash, 1950a, The Bargaining Problem, *Econometrica* **18**, 155-162.

[6] J.F. Nash, 1950b, Equilibrium Points in n-Person Games, *Proceedings of the National Academy of Sciences* **36**, 48-49.

[7] J.F. Nash, 1950c, *Non-Cooperative Games*, Ph. D. dissertation, Princeton University.

[8] J.F. Nash, 1951, Non-Cooperative Games, *Annals of Mathematics* **54**, 286-295.

[9] J.F. Nash, 1953, Two-Person Cooperative Games, *Econometrica* **21**, 128-140.

[10] J. Von Neumann, 1928, Zur Theorie der Gesellschaftsspiele, *Math. Annalen* **100**, 295-320.

[11] J. Von Neumann y O. Morgenstern, 1944, *Theory of Games and Economic Behavior,* Princeton University Press.

Federico Valenciano
Departamento de Economía Aplicada IV
Universidad del País Vasco
48015 Bilbao
Correo electrónico: `elpvallf@bs.ehu.es`