Un importante reto para los matemáticos[1]. El menosprecio del papel de las matemáticas en la sociedad actual

por

Jean-Pierre Bourguignon

Las matemáticas están presentes en la sociedad actual, como nunca antes lo habían estado, pero esta circunstancia raramente es reconocida, ni siquiera por los matemáticos. Como consecuencia, los ciudadanos necesitan familiarizarse con las situaciones matemáticas de forma que les sirva de ayuda en las elecciones, cada vez más complicadas que tienen que realizar. Este artículo es el resultado de mis conversaciones con personas tanto de dentro como de fuera de la comunidad de los investigadores en matemáticas (en particular, profesores) y de mi propia percepción desarrollada a partir de ellas. La mayoría de los matemáticos no han valorado suficientemente la amplia demanda de matemáticas en la sociedad y las consecuencias que de ello deben sacar. La idea inicial es analizar qué es lo que hace especiales a las matemáticas entre las otras ciencias y cómo se percibe por aquellos que, de una forma u otra, están involucrados: padres, profesionales, ejecutivos y los propios matemáticos, ya sea como profesores o como investigadores.

Partiendo de la percepción usual de las matemáticas, presento lo que yo veo como *una nueva relación de las matemáticas con la sociedad* y detallo las implicaciones en su organización interna, junto con las carencias que hay que superar en su desarrollo y enseñanza.

1. La percepción actual de las matemáticas

Su papel en la enseñanza básica. En todo el mundo, el primer encuentro con las matemáticas se tiene en la escuela. De hecho, en todos los países se considera que las matemáticas son parte de la formación que debe tener un niño. La forma en que se hace varía de un país a otro, pero siempre se enseñan las operaciones básicas con números, junto con las figuras geométricas elementales. Las matemáticas se ven también, en todas partes, como un tema en sí mismo. Desde esta perspectiva no podemos decir que las matemáticas estén escondidas.

[1]Traducido por Olga Gil Medrano del artículo *A major challenge for mathematicians*, Newsletter of the Europen Math. Soc., junio 2000, pg. 20-23

Cuando uno profundiza y considera la práctica pedagógica actual, se da cuenta de que, aunque las matemáticas aparezcan por doquier, el proceso intelectual en el que se basan no siempre se muestra completamente. Por ejemplo, el proceso de abstración que está en el corazón de las matemáticas queda con frecuencia oculto tras rutinas que tienen valor, pero que son tan sólo una de las caras de la moneda. Lo mismo puede decirse sobre el proceso de investigación. Las matemáticas se presentan a veces como una actividad en la que se tiene que actuar automáticamente, cuando como matemáticos sabemos cuánto se debe luchar para resolver un problema o dividirlo en partes más simples. En otras palabras, si bien se requiere un mínimo de técnica para actuar en un ambiente matemático, para asegurar un proceso de aprendizaje con efectos duraderos, no podemos ignorar el sentido de lo que manipulamos.

Algunas falacias sobre las matemáticas. Para algunos, *las matemáticas son sólo el lenguaje de lo cuantitativo.* Basan su juicio en el hecho de que las matemáticas mantienen una relación especial con el lenguaje; esta opinión es compartida por algunos de nuestros colegas científicos. Los matemáticos sabemos cuán erróneo es esto, y cuánto esfuerzo se emplea en construir conceptos, establecer hechos y seguir caminos que en un momento creímos plausibles pero resultan ser callejones sin salida. Esta extendida creencia nos obliga a considerar con más cuidado cómo las matemáticas interactúan con otras disciplinas y cuál es la verdadera naturaleza de los modelos matemáticos que aparecen cada vez con más frecuencia.

En segundo lugar, *las matemáticas se ven como un tema muerto.* Una de las preguntas que un matemático profesional oye con más frecuencia de los profanos y de las personas de los medios de comunicación es: "¿Qué puede hacer usted en un tema en el que todo está hecho?" Pueden usarse tantos ejemplos para demostrar lo contrario que omitimos con demasiada frecuencia hacer publicidad sobre este punto – en particular, a nuestros estudiantes–. En mi opinión, es de una importancia capital que tan pronto como fuera posible (probablemente incluso antes de la enseñanza secundaria), los estudiantes conocieran la idea de que las matemáticas están todavía en proceso de construcción y que centenares de matemáticos en todo el mundo están trabajando y resolviendo problemas notables y sumamente variados.

Estos conceptos equivocados están encapsulados en la desgraciada reputación de la palabra 'abstracto', cuando precisamente, la matemática da lo mejor de sí misma al abstraer de una situación lo que constituye un fenómeno general. Henri Poincaré dio una gran definición de las matemáticas. Para él, "faire des mathématiques, c'est donner le méme nom à des choses différentes"[2]. Desde este punto de vista, puede ser un sinsentido oponer 'concreto' y 'abstracto'. De hecho extraer de una situación compleja lo que constituye su núcleo es lo que nos hace entender realmente cómo funcionan las cosas.

Debemos pues dedicar tiempo a hacer explícito este proceso, poner énfasis en el papel que juega en el fundamento de las matemáticas. En mi opinión, aquí yace una de las principales raíces del *quid pro quo* que normalmente afecta a la relación entre las matemáticas y la sociedad.

Algunas otras fuentes de malentendidos referentes a la educación. Un hecho que relaciona en la escuela el estudio de las matemáticas con el de las lenguas es que el conocimiento es acumulativo, de tal forma que un fallo en la comprensión en un estadio afecta a la capacidad de entender y de hacer progresos más tarde. Esta dependencia no es tan fuerte en otras disciplinas como la física, la geografía o la historia.

Otro aspecto que depende mucho de los países es el papel que tiene la buena preparación matemática en el proceso de selección en la escuela. Desde este punto de vista, Francia era habitualmente un caso extremo, a causa de su sistema de educación superior, dividido entre las llamadas 'Grandes Écoles' y las universidades, y el peso que se atribuye a las matemáticas en los concursos de entrada en las 'Grandes Écoles'.

Una conclusión breve y parcial: *Me parece claro que la imagen que los matemáticos dan al público en general (una imagen que los medios de comunicación amplifican) necesita ser elaborada para hacerla más acorde a lo que de hecho ellos hacen. Esto requiere un esfuerzo considerable y sostenido por parte los matemáticos.*

2. ¿Cuál es la naturaleza de las matemáticas?

En esta sección voy a concentrarme en unos pocos temas que hacen a las matemáticas especial como ciencia. En mi opinión, los matemáticos no han trabajado suficientemente en este frente y no están siempre en una buena posición para defender sus necesidades. Esto implica que es necesario pensar más sobre las bases objetivas de los conceptos falsos discutidos en la sección anterior. Finalmente, aunque no menos importante, cuando discutimos estas cuestiones debemos hacerlo desde una perspectiva histórica, porque las matemáticas tienen una larga historia (quizá la más larga de todas las ciencias), y porque la situación está cambiando rápidamente. Entonces, ¿qué hay de especial en las matemáticas?

Una relación especial con el lenguaje. Para plantear esta cuestión debemos darnos cuenta de que la forma en la que se expresan las matemáticas evoluciona con el tiempo. La idea de que las matemáticas pueden ser formali-

[2]N.T. En francés en el original: "hacer matemáticas es dar el mismo nombre a cosas distintas".

zadas completamente, ahora bien aceptada, fue enunciada como un paradigma tan sólo a finales del siglo XIX. Es principalmente una actitud filosófica y poco tiene que ver con el trabajo real que hacen la mayoría de los matemáticos o profesores.

Podemos ver esta evolución como la culminación de la necesidad de una utilización precisa del lenguaje. Como a los matemáticos nos gusta tomar prestado nuestro vocabulario del lenguaje corriente, debemos darnos cuenta de que esto tiene un precio– de hecho los estudiantes pueden apreciarlo como una especie de hurto, mientras que nosotros lo vemos más como una especie de poesía. Se debe dedicar más atención a explicar por qué nos apropiamos del lenguaje corriente de esa forma, y por qué sin ello tendríamos dificultades. Debemos actuar como ciudadanos responsables y explicar qué hacemos con los recursos comunes. Después de todo, ¿no estamos forzando a nuestros estudiantes a que vivan una doble vida, dependiendo de si están hablando en un contexto matemático o no? Esto no es fácil y debe ser identificado como tal.

Una de las razones para ver las matemáticas *sólo* como un lenguaje es ciertamente, la restricción de expresar las matemáticas en un lenguaje bien controlado. Exigimos tanta atención a esta cuestión, y con razón, que deberíamos explicar con cuidado porqué, describir aquellas actividades matemáticas para las cuales esta práctica no es necesaria e identificar aquellos momentos en los que forzarse a la sujección estricta a un lenguaje formalizado es una desventaja. Esta dificultad particular aparece tanto para los estudiantes avanzados como para los principiantes y puede ser uno de los mayores obstáculos que los investigadores jóvenes deben superar.

Una conexión especial con la verdad. Cuando un matemático se enfrenta a un enunciado matemático su principal objetivo es demostrar que es 'verdad'. ¿Qué significa esto? Ahora que los matemáticos están de acuerdo en trabajar en el contexto de una teoría que potencialmente está formalizada totalmente, por supuesto que su significado no podría ser otro que 'el enunciado puede ser deducido de los axiomas básicos admitidos'. De hecho, si vamos a plantear esta cuestión en el contexto de las relaciones de las matemáticas con la sociedad, estamos obligados a mirarla desde una perspectiva más amplia, más filosófica, porque debemos confrontarla con la realidad. Esto nos lleva a decidir si existe una realidad matemática de la cual forma parte este enunciado, y de la situación de esta realidad con relación a la realidad corriente, 'sensible'. En este contexto más amplio, los matemáticos tienen diferentes puntos de vista: desde los "Platonistas" a un lado del espectro que creen "descubrir" nuevos territorios y nuevos hechos del mundo matemático, hasta los "intuicionistas" en el otro lado, que ven las construcciones matemáticas puramente como andamiajes humanos basados en opiniones consensuadas por una comunidad restringida – en otras palabras, que la matemática se 'inventa'. No tengo duda de que la mayor parte de los matemáticos estan más próximos al punto de vista "Platonista" que al otro, o al menos que 'pasan una gran parte de su tiempo profesional comportándose como si así fuera' según afirmó una vez André Weil.

Otro aspecto de la relación de las matemáticas con la verdad es la posibilidad de utilizar hoy resultados demostrados hace cientos de años. Esto les da la posibilidad de transcender las civilizaciones, y hace más fácil su transmisión porque es *a priori* menos dependiente de la ideología. Es el fundamento de su *reivindicación de universalidad.* Desde luego, todo esto está basado en el papel que las demostraciones juegan en matemáticas, a pesar de que su apariencia cambie con el tiempo. Hacer accesible a los estudiantes esta dimensión es el mayor reto con el que los profesores de todos los niveles se enfrentan. Esto nos da a nosotros, matemáticos, una obligación especial con respecto a la historia de nuestra disciplina, y requiere que sea incorporada a nuestra docencia de manera adecuada, tanto para dar una demostración de la evolución de la misma, como de su progreso. Hechos que en el pasado sólo eran accesibles a un grupo muy restrigido de grandes mentes pueden ser hoy, y son, asimilados correctamente por una amplia cantidad de estudiantes, porque entretanto se han desarrollado nuevos conceptos y técnicas. Para mí, aquí está el antídoto contra la extendida y devastadora creencia de que las matemáticas son un tema muerto. Permítaseme observar de paso que los esfuerzos en la dirección que acabo de mencionar nos darán también argumentos más fuertes para apoyar nuestra lucha generalizada por mantener buenas bibliotecas. Para hacer unas matemáticas actuales, necesitamos acceso a documentos que pueden tener una antigüedad de cien años o más, y esta necesidad la mantendremos en el futuro.

Otra consecuencia de la relación de las matemáticas con la verdad, que también merece la pena señalar en conexión con la educación, es la siguiente. Una persona que ha comprendido un hecho matemático es capaz de competir con su profesor o profesora y con sus compañeros o compañeras de clase. Esta experiencia de ganar ejerciendo la mente es de la mayor importancia a la hora de entrenar mentes críticas y de darles acceso a un pensamiento autónomo. Desde luego, esto hay que meditarlo en relación con los entornos sociales muy diversos, en los que están operando las escuelas.

La increíble historia de los logros de las matemáticas a través de la historia. Los matemáticos tienden a ser tímidos con respecto de su campo, aunque la historia de las matemáticas es una de las más extraordinarias historias de éxito de la aventura humana. Pensemos que al final del siglo XVII se diseñaron mecanismos precisos para decir sobre el infinito algo, lo bastante pertinente como para poder manejar cuestiones importantes con él relacionadas. Éste fue el nacimiento del análisis moderno. Pensemos que, a pesar de la evidencia formidable impuesta por la experiencia cotidiana, la primera parte del siglo XIX vio el nacimiento de nuevas geometrías, generalizando la bien establecida geometría Euclídea, y abriendo el camino a una ampliación más radical del panorama que permitió que germinara la relatividad general. Pensemos que los problemas más importantes sobre números primos y ecuaciones diofánticas han sido resueltos uno tras otro, gracias a numerosos logros técnicos y conceptuales. Pensemos que las cantidades aleatorias pueden ser ahora convenientemente estimadas basándose en unas pocas hipótesis analizadas con precisión. Muchas de estas revoluciones fueron la base de cambios importantes en la organización de la sociedad: volveremos sobre esto más tarde. ¿Por qué somos tan tímidos?

3. Una nueva relación con la sociedad

Esta parte es la más controvertida porque me atrevo a ofrecer algunas perspectivas para el futuro. Puede ser bueno empezar con una última mirada a la evolución de nuestra disciplina en el siglo XX, para identificar los cambios que considero que nos fuerzan a continuar.

La matemática y los matemáticos en el siglo XX. En el siglo XX las matemáticas, como otras muchas ciencias, han disfrutado de un desarrollo excepcional. Se han obtenido muchos resultados nuevos – algunos muy espectaculares, como la solución del problema de Fermat – pero el verdadero cambio se ha producido en la fina telaraña de resultados y la extensión y ramificación extraordinaria de áreas que transformaron nuestra disciplina. Al final del siglo XX, la producción anual de artículos de investigación ha superado la marca de 60.000, cuando en los cincuenta había sido sólo de 5.000. Éste es, sin duda, el efecto mecánico del crecimiento de la comunidad matemática a lo largo del siglo pasado. Mientras en el congreso de París de 1900 tomaron parte unos 250 participantes, el siglo terminó con el congreso de Berlín que albergó a 4.000. Se estima que hoy el número de matemáticos dedicados a la investigación es alrededor de 50.000. A la vez debemos tener en mente que el número de biológos se estima actualmente alrededor del millón.

Desde un punto de vista más cualitativo, el siglo XX fue testigo de la generalización del uso del enfoque axiomático. La distancia que esto nos permite tomar de la realidad inmediata que nos rodea tiene también algunas desventajas – de hecho, la de dar argumentos a aquellos que dicen que las matemáticas han desertado del mundo real. Simétricamente, libera a los matemáticos de relacionar lo que hacen con los problemas de la vida real. Sin embargo estoy completamente seguro de que esta libertad recién ganada es una ventaja fantástica, siempre que no nos aislemos demasiado y pretendamos que no tenemos nada que decir ni nada que aprender de otros científicos, de otros ingenieros y de la sociedad en general.

Antes de abandonar esta cuestión del método axiomático, es importante mencionar que tiene un impacto extraordinario en la enseñanza de las matemáticas a un nivel avanzado, permitiéndonos enseñar más rápidamente, a un grupo más amplio de estudiantes. En este sentido, ha contribuido mucho al desarrollo de la empresa matemática. El impacto que tiene sobre la enseñanza en los niveles inferiores ha sido apreciado de forma diversa pero, si algunas experiencias fueron realmente negativas, el *status quo* no era más aceptable, por las mismas razones que estamos examinando ahora.

El emparejamiento de las matemáticas con las potentes herramientas de cálculo. Ya en los setenta aparecieron nuevos medios de cálculo en la forma de ordenadores potentes, mostrando habilidades fantásticas con los números en primer lugar pero también más tarde maravillosas e inesperadas capacidades de visualización. Estos desarrollos han continuado a una velocidad sostenida. ¿Puede uno medir los tipos de impacto que la llegada de los ordenadores ha tenido en las matemáticas? Propongo organizarlos en cuatro familias:

- con los ordenadores, podemos inmediatamente *tratar conjuntos de datos enormes*, resultando así que algunos problemas, donde los métodos matemáticos anteriores no eran posibles, se han convertido ahora en accesibles; esto ocurre típicamente con los datos estadísticos. Aquí la cuestión clave es aprender a extraer información relevante de grandes conjuntos de datos, y esto es un problema matemático.

- *estas nuevas máquinas que manejan sólo datos finitos, nos fuerzan a reconsiderar las relaciones entre lo finito y lo infinito*, sobre la convergencia de los procesos. Podemos enseñar a un ordenador a manejar números muy grandes, haciendo por tanto ciertas áreas de las matemáticas, como por ejemplo la teoría de números o los sistemas dinámicos, manejables para la experimentación. Aquí también, el resultado neto es una ampliación considerable de lo que es accesible a los matemáticos; como ejemplo podemos citar la criptografía, de nuevo una actividad cuya naturaleza es completamente matemática.

- *las máquinas pueden repetir un algoritmo sencillo una gran cantidad de veces.* El ejemplo de los conjuntos de Julia y de los fractales puede haber sido utilizado más de la cuenta, pero tenemos que aprender a explotar su atractivo y belleza de manera adecuada; esto ha cambiado la visión que tenemos de algunas estructuras, transformando su apariencia patológica en una riqueza real que ha dotado a los naturalistas de más modelos relevantes en algunas situaciones prácticas.

– *los ordenadores abren nuevos horizontes al tratamiento numérico de ecuaciones sofisticadas*, un ejemplo típico es el de las predicciones meteorológicas.

Por tanto, el impacto de las nuevas herramientas de cálculo es considerable, abriendo nuevos dominios a las matemáticas, cambiando nuestra apreciación de la complejidad y dando nuevas herramientas a los matemáticos para resolver sus problemas, por no mencionar los profundos problemas matemáticos que plantean las máquinas y las redes que las conectan. Ésta es sin duda una de las nuevas fronteras de las matemáticas. Lo que en su día fue considerado por los matemáticos como una amenaza da una gran oportunidad de revitalizar la disciplina y hacerla relevante en muchas más situaciones.

La omnipresencia de objetos matemáticos en la vida cotidiana. Llegamos ahora a lo que parece el aspecto más importante del cambio al final del siglo pasado: *la omnipresencia de objetos matemáticos en la vida cotidiana.*

Este fenómeno tiene que ver también con las nuevas posibilidades que ofrecen los ordenadores, pero otros aspectos de la sociedad moderna que no tienen relación alguna con las matemáticas desempeñan un papel importante en él. Todos los días utilizamos muchos objetos que incorporan cierta parte de matemáticas, y con frecuencia recientes. Muchas veces, incluso nosotros los matemáticos no somos conscientes de ello, porque la componente matemática no es visible de manera inmediata y fijarse en ella requiere pensar algo.

El caso más obvio es el de la calculadora de bolsillo, pero los ordenadores muestran también una habilidad matemática impresionante; su uso está muy extendido, y nos encontramos con ellos por todas partes. Ejemplos menos evidentes son los reproductores de discos compactos, aparatos de televisión, automóviles, etc. esta proliferación ha sido posible gracias al uso generalizado de productos de alta tecnología fabricados a bajo coste.

La noción de producto industrial. *La sociedad actual está dominada por la noción de producto industrial.* Esto significa entre otras cosas que muchos objetos y estructuras que nos rodean han sido diseñados de una manera bien definida. Los objetos tienen que cumplir una labor determinada y su mera existencia se debe al hecho de que ha sido identificado un mercado para ellos. Normalmente esto requiere optimizar el objeto o la estructura de varias formas, un paso que involucra un proceso matemático, que antes hubiera sido un problema puramente de equipamiento mecánico.

Esto va más allá. Incluso si uno está interesado en mantener un producto industrial más tiempo de aquel para el que se planeó, se encuentra problemas enseguida porque (y esto es particularmente cierto para los productos de alta tecnología) se hacen incompatibles con su entorno – ya no pueden ser usados. Este problema de compatibilidad plantea a gran escala la cuestión de guardar la memoria del pasado de forma adecuada y, a partir de lo que hemos dicho antes, esto no es una preocupación menor para los matemáticos. La noción de producto industrial lleva incorporada su limitada vida.

Hacia una sociedad de la comunicación. No es original asegurar que estamos entrando en una sociedad dominada por la comunicación. Aquí consideramos las consecuencias de este cambio desde un punto de vista matemático.

En primer lugar, se pone al alcance de un segmento mayor de público más información, lo que conduce normalmente a demasiada información. No es fácil aprender a navegar en ese mundo, porque uno necesita en particular saber si una información es de confianza. En vista de la cantidad, está claro que gran parte de la información disponible no ha podido ser comprobada adecuadamente. Si uno quiere que los ciudadanos tengan control sobre los hechos en los que basan sus juicios, se les tiene que entrenar previamente a hacer esto en la escuela. Esto hace que acostumbrarse al razonamiento crítico sea más importante, y el entrenamiento para darse cuenta de los sesgos sea una necesidad.

Si bien esta dependencia de las comunicaciones tiene el aspecto positivo de abolir la distancia, también nos hace dependientes de la calidad de la información recogida por varias clases de sensores que pueden ser considerados más susceptibles de enviar información falsificada que nuestros ojos, nuestros dedos, etc.

¿Dónde están las matemáticas a nuestro alrededor? Damos ahora algunos ejemplos explícitos de las matemáticas a nuestro alrededor. No pretendemos ser exhaustivos y existe cierto sesgo personal.

En las sociedades modernas los sistemas complejos están por todas partes, hasta el extremo de que esto puede incluso verse como una de sus características. Uno necesita regular este mecanismo y esto requiere un nuevo tipo de conocimiento que básicamente es matemático. La gestión de estos sistemas tiene consecuencias importantes en el desarrollo de la sociedad.

Los sistemas biológicos nos dan muchos ejemplos de sistemas complejos con los que debemos tratar. Este dominio se convirtió en una de las grandes aventuras de la segunda parte del siglo XX desde el descubrimiento de un mecanismo fundamental de los seres vivos como es la estructura del ADN. La genómica, que surge de esto, requiere manejar una inmensa cantidad de información, en parte discreta (los dígitos del código alfabético de cuatro letras del ADN) y en parte geométrica (ser capaz de actuar sobre el ADN requiere que uno sepa de manera muy precisa la accesibilidad geométrica a la secuencia adecuada). Las herramientas matemáticas para tratar estos problemas no están disponibles obviamente, y es fácil que se requieran nuevos desarrollos matemáticos sobre la cuestión de cómo estructurar conjuntos de datos grandes.

Los sistemas de telecomunicaciones han tenido ya un amplio impacto en la forma en que funciona toda la sociedad. De nuevo, cuando consideramos los objetos a través de los cuales nos comunicamos, aparte del hecho de que uno pulsa números en el teclado, no hay ninguna indicación de que detrás de ellos haya matemáticas. Parece como si los chips, el láser (como en los CDRom) y los cables son toda la historia, cuando en realidad el diseño de la red juega un papel igualmente importante, y aquí es donde entran las matemáticas. La eficiencia de una red de telecomunicaciones se mide por su capacidad de no alterar la información que transmite. Esto puede ser hecho a través de códigos correctores que encierran propiedades algebraicas sofisticadas– esto es, puro conocimiento matemático.

Otro aspecto de las telecomunicaciones tiene que ver con la cantidad de datos que tienen que transmitirse. Dado un sistema físico diseñado para transportar datos puede ser necesario comprimirlos (lo que ocurre típicamente con las imágenes) para no sobrepasar la capacidad de la red. Diseñar los algoritmos para comprimir y descomprimir es otro de los problemas difíciles, en el que (por ejemplo) tiene un importante impacto la teoría de ondículas, una aventura moderna verdaderamente matemática.

El Sistema Global de Posición (GPS) es otro ejemplo de una herramienta moderna que debe incorporar unas matemáticas muy avanzadas para conseguir la exactitud necesaria para que su uso se extienda. De hecho, para mejorar la precisión de 10 m. a 10 cm. deben ser consideradas correciones que tienen en cuenta efectos descritos por la teoría de la relatividad. Para el GPS de nuevo, optimizar la posición de los satélites desde los cuales se estima la posición en la tierra requiere el uso de matemáticas sofisticadas, como la teoría de los grupos discretos.

Para terminar queda todavía otra faceta del problema que plantea la transmisión de datos: su seguridad. En muchos casos, por una u otra razón, uno debe estar seguro de que la información se mantiene confidencial a lo largo de todo el recorrido. La solución es codificarla, siempre que el código no pueda ser descifrado por ninguna persona diferente de aquella a la que va dirigida. Aquí de nuevo, uno ha de tratar con datos discretos, y la matemática discreta es una parte de las matemáticas a la que, en muchos países, no se le ha dado todavía la misma importancia que a la parte más noble *a priori*, que usa los números reales.

La recogida y análisis de datos es otro área donde nos acostrumbramos a nuevas formas de funcionamiento y podemos perder de vista las matemáticas subyacentes. De hecho, en el supermercado, ya nos hemos acostumbrado a no ver al cajero marcar el precio de los productos que compramos, gracias al uso sistemático de los códigos de barras. La ganancia neta para la tienda no es sólo el tiempo que se ahorra en la caja sino la gestión automática del almacén. Aquí de nuevo, el proceso de reconocimiento en el que se basa el sistema de códigos de barras es puramente matemático.

Estadísticas y encuestas. A diario leemos estadísticas en los periódicos y ser capaz de descifrar lo que dicen y lo que omiten se ha convertido en nuestros días en un asunto de la mayor importancia. El hecho de ser capaces de recoger y de manejar grandes cantidades de datos nos da más oportunidades, pero los ciudadanos necesitan un entrenamiento básico en este terrreno que les permita detectar si están siendo manipulados.

Otra información que encontramos con regularidad en los medios de comunicación son las encuestas. Estamos expuestos a muchas de ellas, y a este respecto tenemos invariablemente la impresión de que la información que se concluye es claramente impropia. Como se han convertido en una parte necesaria en el proceso por el cual la gente forma sus opiniones, son muy importantes para la democracia. Por lo tanto, es esencial saber cómo estimar el margen de error y cómo las encuestas pueden ser falsificadas.

Usando matemáticas rigurosas apropiadamente, es posible probar si una afirmación estadística es correcta o no. Es probablemente en este área donde una contribución hacia un pensamiento crítico a través de las matemáticas es realmente posible y al mismo tiempo indispensable.

Automática y robótica. Muchos sistemas complejos funcionan usando parámetros de control. Los sistemas de pilotaje automático de los aviones son ejemplos donde la teoría de control juega un papel importante. De hecho, en nuestra vida cotidiana, "nos las tenemos que ver" con muchos otros sistemas automáticos: ascensores, satélites de comunicaciones, coches, etc. El *scheduling*, esto es, la teoría que se usa para asegurar que una red es capaz de ofrecer los servicios para los que está diseñada, también se basa en una teoría matemática apropiada. Muchos de los sistemas de transportes se basan en tales redes. De hecho, cuando esperamos un autobús, un tren o un avión nos fijamos en el transporte material pero el hecho importante (aunque oculto) es que este objeto es parte de una red. Todo esto se basa en una teoría de grafos sofisticada.

La optimización de formas esconde muchas matemáticas. Frecuentemente usamos objetos cuyas formas han sido diseñadas usando herramientas matemáticas avanzadas, muchas veces maximizando o minimizando algún funcional: basta pensar en las formas aerodinámicas de coches y aviones estudiadas para minimizar la resistencia al aire y por lo tanto para mejorar la eficiencia del carburante. Se pueden dar muchos otros ejemplos que involucran criterios de puro diseño, reducción de los costes de producción o mejoras en la resistencia de los materiales.

Un ejemplo interesante es el que trata de optimizar los lugares donde la carrocería se fija al bastidor. Eligiéndolos adecuadamente (por ejemplo en los nodos de las vibraciones armónicas básicas de la carrocería) puede minimizarse la transmisión al interior del coche de las vibraciones causadas por los baches de la carretera. Otro ejemplo más, tomado también de la industria automovilística, tiene que ver con la forma de los parabrisas, que son normalmente superficies alabeadas. Una cuestión difícil es determinar la forma del parabrisas cuando se aplana antes de que se le de forma, calentándolo de nuevo para hacerlo deformable.

Productos bancarios y seguros. Muchos de los ejemplos anteriores provienen de áreas diferentes y apuntan a un hecho que hace a las matemáticas distinta de otras ciencias: que no hay ningún sector industrial que pueda autoidentificarse con la disciplina. Esto puede haber cambiado, recientemente, con las nuevas tendencias que han tomado las empresas bancarias y de seguros. Hay varias razones para este cambio. Ya nos hemos encontrado con una de ellas – la capacidad de recoger y analizar con rapidez grandes conjuntos de datos. Otra está ligada a las nuevas posibilidades de telecomunicación, y el hecho de que hoy en día en realidad existe un único mercado financiero mundial. Hay otra todavía más profunda, y que tiene que ver con la evolución de la actividad bancaria que de hecho funciona cada día más como un seguro. Un ejemplo típico de esto viene dado por los derivados y las opciones, la promesa de comprar un cierto producto a un precio determinado por un mecanismo bien definido, basado en información que será conocida más tarde. La clave está en determinar el riesgo que se asume al hacer tal derivado. Se deben usar modelos probabilísticos sofisticados con el fin de evaluar los índices en los que está basado el precio y que dependen de parámetros aleatorios.

Resulta que los procesos estocásticos involucrados no pertenecen a ninguna de las categorías estándar que han sido estudiadas extensamente en relación con los procesos que se encuentran en las ciencias naturales, sino más bien con la teoría general de los procesos estocásticos, un cuerpo de conocimientos considerado desde hace mucho como altamente teórico, si no esotérico. Estos desarrollos han llevado a bancos y compañías de seguros a contratar matemáticos y han dado nacimiento a una nueva rama de nuestra disciplina, *la matemática financiera*, en la cual se ofrece ahora una preparación específica en un cierto número de instituciones de educación superior.

4. Para terminar

De todos los retos relacionados con la imagen de las matemáticas, el que a mí me parece más serio es *la necesidad de hacer evidente que las matemáticas son una ciencia y que están vivas.* El resto se obtendrá como consecuencia.

En mi opinión, *nosotros los matemáticos debemos ponernos de acuerdo en preocuparnos más y mostrar más curiosidad por lo que está sucediendo a nuestro alrededor.* Debemos ponernos de acuerdo también en hablar más sobre nuestras actividades. Esto requiere tomar más iniciativas dirigidas al público en general. Debería ayudarnos el hecho de que hay muchos productos matemáticos a nuestro alrededor. Es nuestra tarea mostrar lo que en ellos hay de matemático.

En segundo lugar, tenemos muchas oportunidades para hacer que la gente sueñe. *Las matemáticas son todavía una gran aventura creativa.* Ante nosotros tenemos nuevos retos. La necesidad de grandes cerebros en nuestra disciplina sigue siendo tan apremiante como lo ha sido a lo largo de la historia. Para conseguir estos objetivos, debemos encontrar los medios apropiados para conectar con los profesores de los distintos niveles. A la larga, este es el único canal a través del cual estas nuevas tendencias se transmitirán a las nuevas generaciones. *El futuro de las matemáticas está en las manos de aquellos jóvenes que nuestra generación sea capaz de atraer hacia las matemáticas*

Nota: Una versión de este artículo fue presentada en el 'Symposium on the Mathematics of the XXth century' que tuvo lugar en Luxemburgo en septiembre de 1998.

Jean-Pierre Bourguignon
Institut des Hautes Études Scientifiques
35, route de Chartres
F-91440 Bures-Sur Yvette (France)
correo electrónico: jpb@ihes.fr