La astrología combinatoria del Rabino Abraham Ibn Ezra

por

Doron Zeilberger

El rabino Abraham Ben Meir Ibn Ezra que nació en Tudela en 1089 y que murió en Calahorra en 1164 fue una figura cimera en una amplia variedad de disciplinas intelectuales.

1. **Poeta:** Basta esta perla:

   aha yarad
   al sfrad
   ra min hashamaim
   eini eini yorda mayim

   es decir,

   ¡Ay! sobrevino a Sefarad una calamidad
   desde el cielo. Mis ojos derraman lágrimas.

2. **Filósofo:** Ibn Ezra fue panteísta radical y neo-platonista, y hasta Spinoza, en su concepción abastracta de Dios, se deja sentir su influencia.

3. **Exégeta:** Introdujo un enfoque crítico y gramatical en el análisis de los textos bíblicos, un punto de vista más "moderno" que el de apologistas como Rashi. A mí me gusta especialmente un comentario suyo en referencia a Levítico 18:20, donde nos dice que el acto sexual puede clasificarse en tres clases: *bueno*, si su fin es la procreación, *malo*, si su objetivo es la satisfacción de lujuria desmedida, y, finalmente, *neutro*, si su propósito es "aliviar la apatía del cuerpo".

4. **Gramático:** El hecho de que Ezra escribiera en hebreo puso al alcance de los eruditos europeos, que por lo general no leían árabe, las ideas de sus predecesores, incluyendo el concepto de la triple letra *shoresh*, o raíz, y el método de los *pealim*, es decir, de verbos y acciones.

5. **Matemático:** Ezra divulgó el uso del cero al que llamaba *galgal*, es decir, rueda, y escribió un texto de amplísima difusión e influencia, *El libro del Número*, donde entre muchísimas otras disquisiciones se explicaba cómo reducir la operación de multiplicación a la de calcular cuadrados usando que $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$, y cómo calcular cuadrados mediante las recursiones $(3a)^2 = 10a^2 - a^2$ y $(n \pm 1)^2 = n^2 \pm 2n + 1$.

6. **Descifrador de enigmas:** Es tradición que en cierta ocasión Ezra salvó la vida de sus discípulos y la suya propia resolviendo el llamado problema generalizado de Josephus:

> en un bote hay quince personas buenas y quince malas, arrecia una tormenta, y es imprescindible aligerar peso arrojando por la borda a quince de estas personas: ¿cómo colocar a 30 personas en un círculo, para que si decidimos que cada novena persona debe ahogarse, sean precisamente los canallas los que se ahogen?

Pero Ezra, sin duda, de lo que más orgulloso se sentía era de sus logros en el campo de la **ASTROLOGÍA**. Y es que Ezra fue el más importante astrólogo de su tiempo, y probablemente uno de los "tres" más grandes de todos los tiempos. Los otros dos en esa selecta lista serían Ptolomeo y Kepler. De hecho, una gran parte de sus investigaciones en matemáticas fueron motivadas por sus posibles aplicaciones a la astrología.

Uno de sus tratados astrológicos se llamaba *Sefer HaOlam*, es decir, *El libro del Universo*. Escrito en estilo polemista, su principal mensaje era advertir a los usuarios de "erróneas" aplicaciones de la astrología. Desde luego, como muchos estudiosos hasta los tiempos "modernos", Ezra fue un ardiente y militante creyente en la astrología, pero sólo cuando se practicaba correctamente.

En particular, Ezra advertía que las tablas astronómicas que predecían las conjunciones planetarias eran defectuosas y contenían errores, porque suponían un movimiento uniforme de los planetas. Señalaba asimismo, acertadamente, la relevancia de cómo se acumulaban los errores y de la necesidad de tener en cuenta los errores experimentales de medición, y cuán poco razonable es extrapolar a partir de datos anticuados. Ibn Ezra, por tanto, se basaba exclusivamente para sus cálculos en observaciones astronómicas obtenidas por "expertos, sabios en experimentos".

Ibn Ezra sabía también cómo computar la séptima fila de lo que posteriormente hemos dado en llamar Triángulo de Pascal. Exceptuando los casos triviales $k = 0, 1$, demostró cómo calcular $\binom{7}{k}$ para $k \leq 7$.

El problema práctico que impulsó estos cálculos era hallar el número de posibles conjunciones planetarias. Como cualquier persona educada sabe, hay exactamente siete planetas: el Sol, la Luna, Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno. Se le atribuía una importante significación astrológica a que apareciera bajo un mismo signo un cardinal mayor que uno. ¿Cuántos de tales eventos son posibles?

Sigue a continuación una traducción del hebreo de la primera parte del pasaje relevante del Sefer HaOlam. Ibn Ezra llamaba "sirvientes" (*meshartim*) a los planetas, con lo que quizás quería significar sirvientes de Dios.

> Y las combinaciones son ciento veinte. Así que ya conoces su número. Se sabe que el cálculo que suma desde uno hasta cualquier número que uno desee puede ser obtenido multiplicando su valor por su mitad junto con la mitad de uno. Y he aquí un ejemplo, queremos saber cuál es la suma de los números desde uno hasta veinte. Multiplicaremos veinte por su mitad y la mitad de uno, para obtener doscientos diez. Y ahora podemos empezar a saber cuántas combinaciones hay que involucran dos sirvientes. Y sabemos que el número de sirvientes es siete. Y Saturno puede combinarse con otros seis sirvientes. Y seis por su mitad y la mitad de uno es uno y veinte. Y ese es el número de combinaciones de dos [en dos]. [Ahora] queremos saber el número de combinaciones de tres [en tres]. Aquí ponemos a Saturno y Júpiter y uno de los otros, cuyo número es cinco. Multiplicamos cinco por dos y un medio y un medio, y obtenemos quince ...

Acto seguido, Ibn Ezra explica cómo computar el número de conjunciones de tres planetas excluyendo a Saturno, y repite el mismo argumento para obtener $\binom{5}{2}$, y después, sucesivamente, $\binom{4}{2}$, $\binom{3}{2}$, y $\binom{2}{2}$, totalizando 35.

Lo que Ibn Ezra está haciendo es utilizar las fórmulas (en nuestra notación)

$$\binom{n}{2} = \sum_{i=1}^{n-1} i = (n-1)\left(\frac{n-1}{2} + \frac{1}{2}\right) \tag{1}$$

y

$$\binom{n}{k} = \sum_{m=k-1}^{n-1} \binom{m}{k-1} \tag{2}$$

Para $k = 3, 4$, usa la ecuación (2) repetidamente hasta que puede usar (1). La traducción de su razonamiento para el cálculo de $\binom{7}{4}$ a nuestra notación se lee como sigue

$$\begin{aligned}
\tbinom{7}{4} &= \tbinom{6}{3} + \tbinom{5}{3} + \tbinom{4}{3} + \tbinom{3}{3} = \\
&= [\tbinom{5}{2} + \tbinom{4}{2} + \tbinom{3}{2} + \tbinom{2}{2}] + [\tbinom{4}{2} + \tbinom{3}{2} + \tbinom{2}{2}] + [\tbinom{3}{2} + \tbinom{2}{2}] + [\tbinom{2}{2}] = \\
&= [4(4/2 + 1/2) + 3(3/2 + 1/2) + 2(2/2 + 1/2) + 1(1/2 + 1/2)] + \\
&+ [3(3/2 + 1/2) + 2(2/2 + 1/2) + 1(1/2 + 1/2)] + \\
&+ [2(2/2 + 1/2) + 1(1/2 + 1/2)] + [1(1/2 + 1/2)] = 35
\end{aligned}$$

Para $k = 5, 6, 7$, Ibn Ezra sólo usa (2), sin (1), apelando a enumeración directa.

Moralejas

1. Somos afortunados por tener a nuestra disposición la notación moderna. Ibn Ezra era obviamente mucho más inteligente que cualquiera de nosotros, y sin embargo tenía que esforzarse tanto porque carecía de la notación adecuada y de una idea precisa sobre la inducción. Fue el rabino Levi Ben Gerson quien, en el año 1321, *demostró rigurosamente* por primera vez las expresiones explícitas de los coeficientes binómicos, e incluso él, casi doscientos años más tarde, tuvo que superar una pesadilla verborreica porque aún no disponía de una notación algebraica moderna. Yo creo que estamos a punto de presenciar una revolución, motivada por los lenguajes de programación, en cuanto a la notación matemática en la que se van a redactar las demostraciones del futuro. Estoy seguro de que nuestros nietos considerarán nuestro actual estilo de redactar matemáticas y demostraciones usando inglés o español con la perplejidad y el amable regocijo conque hoy contemplamos los trabalenguas de Ibn Ezra y de Levi Ben Gerson.

2. No seamos supersticiosos con respecto a las llamadas supersticiones. No sólo Abraham Ibn Ezra y Levi Ben Gerson, sino también Kepler y Newton, consideraban la Astrología como una ciencia de verdad, y no como una seudociencia. ¿Quién sabe cuáles de nuestros actuales puntos de vista "científicos" serán considerados como supersticiones y chorradas por las generaciones futuras? Yo tengo dos candidatos: la noción de infinito en acto, y la insistencia en "demostraciones rigurosas".

Doron Zeilberger. Department of Mathematics. Temple University
Philadelphia, PA 19122. Estados Unidos
e-mail: `zeilberg@math.temple.edu`
web: `http://www.math.temple.edu/zeilberg`

La Gaceta le agradecemos al Departamento de Estudios Hebreos y Arameos de la Universidad Complutense, en particular al profesor Luis F. Girón, su colaboración en la transcripción y traducción del hebreo