«DE PROGRESSIONIBUS»

por

JULIO GARCIA PRADILLO

Hay, entre otras, las siguientes posibles razones para la proposición de problemas previos a la exposición, más o menos sistemática, de una teoría matemática:

1.ª Hacer tomar al alumno conciencia de sus posibilidades, aun antes de conocer la terminología específica de esa teoría.

2.ª Promover el interés del alumno por el estudio de ella.

3.ª Facilitar algún razonamiento que ha de hacerse en el desarrollo de ella.

4.ª Salir al paso de errores corrientes.

Veamos, por ejemplo, en relación con las progresiones seis problemas y un sucedidos, aptos para aquellos fines:

I. En una escalera, el primer escalón tiene una altura de

$$\left\{\begin{matrix} 12 \text{ cm} \\ a_1 \text{ cm} \end{matrix}\right\}$$

y cada uno de los demás, una altura de

$$\left\{\begin{matrix} 20 \text{ cm} \\ d \text{ cm} \end{matrix}\right\}$$

Designando por a_i cm la altura sobre el suelo del escalón i-esimo, hallar a_9, a_{25} y a_n.

II. En otra escalera, el escalón

$$\left\{\begin{matrix} \text{octavo} \\ \text{emésimo} \end{matrix}\right\}$$

tiene una altura de

$$\left\{\begin{matrix} 150 \text{ cm} \\ a_m \text{ cm} \end{matrix}\right\}$$

sobre el nivel del suelo, siendo de

$$\left\{\begin{matrix} 20 \text{ cm} \\ d \text{ cm} \end{matrix}\right\}$$

la altura de cada escalón distinto del primero. Hallar a_5, a_{10} y a_n.

III. Se cuenta que habiendo ofrecido el rey hindú Shirham un premio al inventor del ajedrez, BEN DAHIR, éste le dijo: «Majestad, dadme un grano de trigo para colocar en la primera casilla, dos para la segunda, cuatro para la tercera, y así, cada vez doble, hasta cubrir las 64 casillas». ¿Cuál es el número de granos necesario para satisfacer al inventor?

IV. Se cuenta también que, aunque al principio pensó el Rey que era fácil satisfacer la petición del inventor del ajedrez, asesorado convenientemente, y convencido de su imposibilidad práctica, quiso burlar a BEN DAHIR con el siguiente «razonamiento»: «Yo haré más, continuará indefinidamente el proceso que tú indicabas, de modo que si es S el número de granos que he de darte será:

$S = 1 + 2 + 4 + 8 \ldots\ldots\ldots$, pero como $2 + 4 + 8 + \ldots\ldots$ es el doble de S, $S = 1 + 2S$, de donde $S = -1$, así que dame tu grano y estamos en paz».

¿Es correcto el razonamiento del Rey?

V. La diferencia $(375 + 2913 + 817 + 58589 + 23014) - (2913 + 817 - 58589 + 23014 + 22)$ puede calcularse rápidamente haciendo una sola operación. ¿Cómo? ¿Por qué?

VI. Un obrero tarda en adoquinar una calle 100 días, poniendo el primer día 1 adoquín; el segundo, 2; el tercero, 4; y así cada día doble que el anterior. ¿Cuánto tardarán en adoquinar otra calle que necesita *exactamente* el mismo número de adoquines, dos obreros, si cada uno pone el primer día 1 adoquín; el segundo, 2; el tercero, 4; y cada día doble que el anterior, salvo el último día, que ponen únicamente los que falten para terminar, con tal de que sean en número no mayor del doble de los que pusieron el día anterior.

VII. Cuando yo estudiaba el Bachillerato tuve un Profesor (¡Un excelente Profesor, y, por cierto, muy amigo del Doctor Fleming!) de Agricultura, que estaba realizando cierta investigación sobre unos microbios, y quería comprobar su hipótesis de que cada cierto período de tiempo (que siento no recordar) se reproducían por bipartición. Sabiendo mi afición por las Matemáticas, dándome los datos convenientes, me encargó que calculase el número de microbios que habría en un día, y el volumen que ocuparían. ¡Mi Profesor se echó las manos a la cabeza cuando supo que en un solo día los microbios no cabrían en una habitación corriente!

Los problemas I y II nos permiten llegar, antes de conocer la nomenclatura de las propresiones aritméticas, a las fórmulas:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \quad \text{y} \quad a_n = a_m + (n - m)d$$

primero, en casos particulares, y luego, en general.

Lor problemas III, IV y VI, no todos fácilmente resolubles antes del estudio de la teoría, pueden promover el estudio de ésta.

Los problemas V y VI facilitan la deducción de la fórmula de la suma de los términos de una progresión geométrica limitada.

Los problemas III, IV y VI, y el sucedido VII, nos hacen ver que con las progresiones geométricas no se puede «jugar» alegremente, como lo han hecho desde los tiempos de MALTHUS hasta nuestros días, ciertos pseudosociólogos y algunos periodistas ignorantes.