# SOBRE UNA FORMULA RELATIVA A POLINOMIOS DE LEGENDRE

Por

E. G.-RODEJA F.

En la recensión del trabajo de Dokovic (1) realizada por O. Frink (State College, Pa.) (2), se dice:

«El autor prueba los tres primeros casos de una fórmula general conjeturada que expresa cualquier derivada de un polinomio de Legendre como suma de productos de polinomios de Legendre de menor grado. Las tres fórmulas son:

$$P'_{n+1}(x) = \sum_{i+j+k=n} P_i(x)\, P_j(x)\, P_k(x);$$

$$P''_{n+2}(x) = 1 \cdot 3 \sum_{i_1+\dots+i_7=n} P_{i_1}(x)\, P_{i_2}(x) \dots P_{i_5}(x);$$

$$P'''_{n+3}(x) = 1 \cdot 3 \cdot 5 \sum_{i_1+\dots+i_7=n} P_{i_1}(x)\, P_{i_2}(x) \dots P_{i_7}(x).$$

La fórmula general puede deducirse de estos casos. El método del autor, que utiliza la función generatriz y la ecuación diferencial de Legendre, puede aplicarse también a los casos siguientes, pero los detalles aparecen más y más complicados para derivadas superiores.»

De la fórmula (3)

$$[1 - 2xr + r^2]^{-\frac{1}{2}} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(x) r^n,$$

(1) DOKOVIC, DRAGOMIR: *Nouvelle formule relative aux polinômes de Legendre.* Univ. Beograd. Publ. Elektrotehn. Fak. Ser. Mat. Fiz. Núm. 65-69 (1961), 5-8.

(2) *Mathematical Reviews.* 25, # 2.245.

(3) NAVARRO BORRAS: *Curso superior de Análisis matemático.* Madrid (1942), pág. 425.

por derivación pésima respecto a $x$ se obtiene:

$$\frac{2p!}{2^p \cdot p!} r^p \left[1 - 2xr + r^2\right]^{-(2p+1)/2} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n^{(p)}(x) r^n$$

que puede escribirse:

$$\frac{2p!}{2^p \cdot p!} r^p \left( \sum_{n=0}^{\infty} P_n(x) r^n \right)^{2p+1} = \sum_{n=o}^{\infty} P_n^{(p)}(x) r^n$$

en donde igualando los coeficientes de $r^{n+p}$ de ambos miembros se obtiene la fórmula general.

*(Observatorio de Santiago.)*