3. ARTÍCULOS DE ESTADÍSTICA

JACOB BERNOULLI (1654-1705) A LOS 350 AÑOS DE SU MUERTE

Miguel A. Gómez Villegas

El 27 de Diciembre de 1654 nacía en Basilea (Suiza) Jacobo James Bernoulli, por lo tanto en el año 2004 se cumplen los 350 años del nacimiento del autor del Arte de la Conjetura (Ars Conjectandi), uno de los creadores de los fundamentos del Cálculo de Probabilidades.

Jacob Bernoulli procedía de una familia protestante que tuvo que escapar de Holanda huyendo de las guerras de religión entre católicos y protestantes.

Inició sus estudios de arte que acabó en 1671, para licenciarse seguidamente en teología en 1676. Al mismo tiempo, y en contra de la opinión de su padre, estudió matemáticas y astronomía. Después de su graduación trabajó en Ginebra como tutor, para viajar seguidamente por Francia, Holanda, Inglaterra y Alemania. Volvió a Basilea en 1683 y obtuvo la plaza de profesor de mecánica en la universidad de Basilea. Rechazó trabajar como eclesiástico para dedicarse al estudio de las matemáticas, consiguiendo la cátedra de matemáticas de la universidad de Basilea en 1687, manteniéndose en el mismo puesto hasta su muerte en 1705.

En el campo de la matemática, Bernoulli realizó importantes contribuciones en álgebra, cálculo infinitesimal, cálculo de variaciones y series.

Su hermano Johan Bernoulli (1667-1748) también estudió matemáticas y aunque de joven recibió clases de Jacob, los dos acabaron teniendo problemas por la paternidad de distintos trabajos. Parece ser que éste fue el principal motivo por el que El Arte de la Conjetura no vió la luz hasta que el sobrino de Jacob, Daniel Bernoulli, se decidió a publicarlo, cuando ya la polémica se había enfriado. Alguno de los biógrafos de Jacob describe a éste como ”*terco, obstinado, agresivo, vengativo, con un cierto sentimiento de inferioridad, pero sin embargo íntimamente convencido de sus propias habilidades*”.

Como se ve, en todas las familias, aunque sean de matemáticos, existen problemas.

El trabajo por el que es más conocido es su libro El Arte de la Conjetura. Representa la transición desde las aportaciones realizadas por Christian Huygens en su memoria El Razonamiento en los Juegos de Azar (De Ratiociniis in Ludo Aleae) a una nueva Teoría, centrada ya en el concepto de probabilidad.

El Arte de la Conjetura se divide en cuatro partes. La primera es una reedición del trabajo de Huygens; la segunda recoge la teoría de las combinaciones y de las permutaciones, en la tercera resuelve 24 problemas relativos al concepto de esperanza de varios juegos, concepto que había sido introducido por Huygens. La cuarta parte es, desde el punto de vista de la evolución y el desarrollo de la estadística y el cálculo de probabilidades, la más interesante. En ella se incluyen aplicaciones a temas civiles, morales y económicos. Tres aspectos interesa destacar con respecto a esta parte.

El primero es que en ella se prueba por primera vez la convergencia en probabilidad de la media muestral a la media poblacional para variables aleatorias de Bernoulli. Con notación actual, Bernoulli prueba que si $X_i \sim$ Bernoulli(θ) entonces

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \rightarrow \theta .$$

Su demostración es, aunque larga, perfectamente rigurosa y más natural que otras demostraciones que se

hicieron después. Llega a la necesidad de probar este resultado al tratar de determinar, hoy decimos estimar, el valor de θ, la probabilidad de éxito en una sola repetición.
El segundo aspecto que interesa destacar de esta parte cuarta, es que en ella introduce lo que llama grado de certeza moral, que es ya una aproximación al concepto de probabilidad subjetiva. Así dice
"Hay certeza moral cuando la probabilidad es casi igual a la certeza total... si una cosa es considerada moralmente cierta cuando tiene 999/1000 de certeza, otra ser moralmente imposible cuando tenga 1/1000 de certeza".
Un estudio bastante detallado de la saga de los Bernoulli puede verse en el libro de Sánchez y Valdés (2001).Una traducción al castellano de la parte cuarta del Arte de la Conjetura puede verse en Rivadulla (1993).
Con la ley débil de los grandes números para la distribución de Bernoulli, el autor ofrece por primera vez una concreción matemática de la medida de la incertidumbre. Bernoulli no sólo prueba cualitativamente que a mayor número de observaciones hay menos incertidumbre en el resultado de la probabilidad de éxito para la distribución que lleva su nombre, él cuantifica además la afirmación, garantizando el número de observaciones que han de realizarse, para que la frecuencia se aproxime a la probabilidad.
Esto nos lleva al tercer aspecto que nos interesa destacar de la última parte del Arte de la Conjetura y es que el trabajo queda incompleto, porque al tratar de determinar el número de observaciones a realizar para obtener la certeza moral de la probabilidad de éxito, con las aproximaciones que utiliza, el número de observaciones al que llega es demasiado grande como para que éste sea de utilidad práctica.
Como dice Stigler (1986) Jacob Bernoulli dió el primer paso de lo que sería un largo y fecundo viaje. Que este aniversario sirva para que cada vez más investigadores se conviertan en compañeros de tan interesante viaje.

Referencias

-Rivadulla, A. (1993) Teoría de probabilidades (Ars Conjectandi, Parte Cuarta, Basilea 1713), Boletín de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias, 16, 389-418.
-Sánchez Fernández, C. Y Valdés Castro, C (2001) Los Bernoulli Geómetras y Viajeros, TresCantos (Madrid):Nívola.
-Stigler, S. M. (1986) The Histoty of Statistics. The measurement of uncertainty before 1900, Cambridge: Harvard University Press.

4. ARTÍCULOS DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA

EL LEMA DE FARKAS: UNA HERRAMIENTA PARA RESOLVER NUEVAS APLICACIONES

Juan José Salazar González
DEIOC – Universidad de La Laguna (jjsalaza@ull.es)

Resumen

Farkas (1986) dio (entre otros resultados) una condición matemática necesaria y suficiente para determinar cuándo un poliedro es o no vacío, y que posteriormente se ha denominado *Lema de Farkas*. Tradicionalmente este resultado se considera como un "resultado teórico", o al menos así lo clasifican nuestros alumnos. El objetivo de estas notas es mostrar que el Lema de Farkas también tiene gran valor práctico dentro de la Optimización Matemática porque su oportuno uso dentro de algoritmos de "ramificación y corte" permite resolver problemas de tamaño mayor. Para alcanzar este objetivo se presentan cuatro aplicaciones reales, y en cada una se ilustra cómo utilizar el Lema de Farkas.

Introducción

Sea A una matriz con m filas y n columnas, denotadas éstas por $a^1,\dots,a^n$, sea y un vector de $\Re^n$ y sea b un vector de $\Re^m$. Tradicionalmente el Lema de Farkas se presenta en la siguiente versión:

El sistema $Ay=b,\ y\geq 0$ tiene solución y en $\Re^n$ si, y sólo si,
el sistema $A^Tu\geq 0,\ b^Tu<0$ no tiene solución u en $\Re^m$.